

[依頼講演] インピーダンス二重展開法

～海中ループ結合器の回路モデリングへの応用～

羽賀 望[†] チャカロタイジエドヴィスノブ^{††} 今野 佳祐^{†††}

[†] 豊橋技術科学大学 電気・電子情報工学系 〒441-8580 愛知県豊橋市天伯町雲雀ヶ丘 1-1

^{††} 情報通信研究機構 電磁波研究所 〒184-8795 東京都小金井市貫井北町 4-2-1

^{†††} 東北大学大学院 工学研究科 通信工学専攻 〒980-8579 宮城県仙台市青葉区荒巻字青葉 6-6-05

E-mail: [†]haga.nozomi.ok@tut.jp, ^{††}jerd@nict.go.jp, ^{†††}keisuke.konno.b5@tohoku.ac.jp

あらまし インピーダンス展開法はモーメント法を基にした回路モデリング手法であり、これまで自由空間中及び無損失の散乱体近傍にある無線電力伝送システムに適用されてきた。このインピーダンス展開法を損失性媒質を扱えるように拡張したものがインピーダンス二重展開法であり、モーメント法におけるインピーダンス行列を伝搬定数と複素角周波数について二重に展開することが特徴である。本稿では、このインピーダンス二重展開法を海中ループ結合器に応用した例を紹介する。

キーワード インピーダンス展開法, モーメント法, 無線電力伝送

[Invited Talk] Impedance Double Expansion Method

—Application to Circuit Modeling of Undersea Loop Coupler—

Nozomi HAGA[†], Jerdvisanop CHAKAROTHAI^{††}, and Keisuke KONNO^{†††}

[†] Department of Electrical and Electronic Information Engineering, Toyohashi University of Technology 1-2-3

Hibarigaoka, Tenpaku-cho, Toyohashi, Aichi, 441-8580 Japan

^{††} Radio Research Institute, National Institute of Information and Communication Technology 4-2-1 Nukui-kitamachi,

Koganei, Tokyo, 184-8795 Japan

^{†††} Communications Engineering, Graduate School of Engineering, Tohoku University 6-6-05 Aramaki Aza Aoba,

Aoba-ku, Sendai, Miyagi, 980-8579 Japan

E-mail: [†]haga.nozomi.ok@tut.jp, ^{††}jerd@nict.go.jp, ^{†††}keisuke.konno.b5@tohoku.ac.jp

Abstract The impedance expansion method (IEM) is a circuit modeling technique based on the method of moments (MoM) and has been applied to wireless power transfer systems in free space and in the vicinity of lossless scatterers. The impedance double expansion method (IDEM) is an extension of the IEM to treat lossy media, and features a double expansion of the impedance matrix in the MoM with respect to the propagation constant and complex angular frequency. This report introduces an example application of the IDEM to an undersea loop coupler.

Key words Impedance expansion method, method of moments, wireless power transfer

1. ま え が き

インピーダンス展開法 (impedance expansion method, IEM) は、無線電力伝送 (wireless power transfer, WPT) 用結合器をはじめとした電気的小形デバイスの回路モデリング手法である [1], [2]。この IEM は、モーメント法 (method of moments, MoM) [3] におけるインピーダンス行列を複素角周波数に関してローラン級数展開することに基礎を置いており、関数フィッ

ティングを用いずに回路モデルを得られることが特長である。得られた回路モデルにより、電力変換回路と結合器を一体的に解析・設計することが可能となる。

これまで、IEM は導体や誘電・磁性体による散乱電磁界を考慮できるように拡張されてきたが [4], [5]、散乱体を無損失と近似していたため、海水や人体などの損失の大きな媒質は扱えなかった。この IEM を損失性媒質を扱えるようにさらに拡張したものがインピーダンス二重展開法 (impedance double expansion

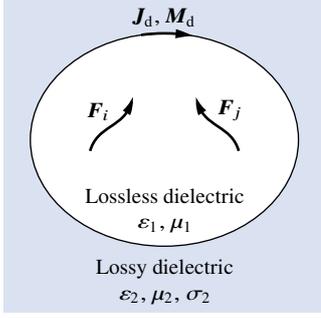


図1 損失性誘電体に埋没した無損失誘電体内部の基底関数 F_i, F_j

method, IDEM) であり、インピーダンス行列をまず伝搬定数について展開し、さらに複素角周波数について展開することが特徴である [6]。また、IDEM は電界結合方式 WPT [7], [8] と磁界結合方式 WPT [9], [10] の両方に適用できる。本稿では、この IDEM を海中ループ結合器 (上記の磁界結合方式に相当) に応用した例を紹介する。

本稿の構成は以下のとおりである。2. では IDEM の理論を解説し、3. では海中ループ結合器に関する数値例を示す。最後に 4. にて本稿をまとめる。

2. 理論

2.1 概要

図1のように、結合器の電流を表すための基底関数 F_i, F_j が無損失誘電体 (誘電率 ϵ_1 , 透磁率 μ_1) に内包され、その外側が体積無限大の損失性誘電体 (誘電率 ϵ_2 , 透磁率 μ_2 , 導電率 σ_2) となっているものとする。また、 J_d, M_d をそれぞれ両誘電体の境界上の表面等価電流, 表面等価磁流とする。 F_i, F_j 間の自己/相互インピーダンスを複素角周波数 s に関してローラン級数展開することで、結合器の回路モデルが得られる。例えば、 s^{-1}, s^0, s に比例するインピーダンス成分は、それぞれキャパシタ, 抵抗, インダクタにより表される。なお、ここでは単一の無損失誘電体の場合について説明するが、無損失誘電体が複数ある場合に対しても容易に拡張できるため、詳細な説明は省略する。

F_i, F_j 間の自己/相互インピーダンス Z_{ij} は、以下のように分解できる。

$$Z_{ij} = Z_{ij}^{\text{fs}} + Z_{ij}^{\text{sc}} \quad (1)$$

ただし、 Z_{ij}^{fs} は全空間が無損失誘電体で満たされていると仮定した場合の成分 (自由空間成分) であり、以下のように展開できる [4], [5]。

$$Z_{ij}^{\text{fs}} = \sum_{k=-1}^{\infty} s^k Z_{ij}^{\text{fs}(k)} \quad (2)$$

ただし、 $Z_{ij}^{\text{fs}(k)}$ は s^k に対する係数であり、一般に $Z_{ij}^{\text{fs}(0)} = 0$ となる。また、 F_i と F_j のいずれかが発散なしであれば、 $Z_{ij}^{\text{fs}(-1)} = Z_{ij}^{\text{fs}(2)} = 0$ となる。一方、 Z_{ij}^{sc} は周囲の損失性誘電体からの散乱電磁界の寄与を表す成分 (散乱成分) であり、以下の手順で求められる。

(1) $I_j F_j$ を波源電流としたときに誘導される等価電磁流 J_d, M_d を $s^{1/2}$ に関するテイラー/ローラン級数の形で求める。

(2) J_d, M_d により生じる散乱電界を $s^{1/2}$ に関するローラン級数の形で求め、これを F_i で試行する。

その結果、 Z_{ij}^{sc} は以下の形で求まる。

$$Z_{ij}^{\text{sc}} = \sum_{k=-2}^{\infty} s^{k/2} Z_{ij}^{\text{sc}(k/2)} \quad (3)$$

ただし、 $Z_{ij}^{\text{sc}(k/2)}$ は $s^{k/2}$ に対する係数であり、一般に $Z_{ij}^{\text{sc}(-1/2)} = Z_{ij}^{\text{sc}(1/2)} = 0$ となる。また、 F_i, F_j のいずれかが発散なしであれば、 $Z_{ij}^{\text{sc}(-1)} = Z_{ij}^{\text{sc}(0)} = Z_{ij}^{\text{sc}(3/2)} = 0$ となる。[4], [5] における Z_{ij}^{sc} が式 (2) と同様に s の整数乗のみを含む形に展開されるのに対して、IDEM によるそれは半整数乗を含む形となり、これは外部誘電体の導電性によるものである。また、 F_i, F_j が発散ありの場合に直流抵抗成分 $Z_{ij}^{\text{sc}(0)}$ が現れることと、 F_i, F_j のいずれかが発散なしでも二次成分 $Z_{ij}^{\text{sc}(2)}$ が非ゼロとなることは特筆すべきであり、このうち後者は渦電流損失を表す。

2.2 等価電磁流に対する行列方程式

電流 $I_j F_j$ により誘導される J_d, M_d を求めるため、[5] と同様に Poggio–Miller–Chang–Harrington–Wu–Tsai (PMCHWT) 積分方程式 [11] を離散化する。係数行列のランク落ちを回避するため、 J_d, M_d をループ・スター基底関数 [12], [13] で以下のように展開する。

$$J_d = \sum_{j=1}^{N_*} I_j^* F_j^* + \sum_{j=1}^{N_o} I_j^o F_j^o \quad (4)$$

$$M_d = \sum_{j=1}^{N_*} V_j^* F_j^* + \sum_{j=1}^{N_o} V_j^o F_j^o \quad (5)$$

ただし、 F_j^*, I_j^*, V_j^* はそれぞれ j 番目のスター基底関数, スター電流係数, スター磁流係数である。一方、 F_j^o, I_j^o, V_j^o はそれぞれ j 番目のループ基底関数 (発散なし), ループ電流係数, ループ磁流係数である。式 (4), (5) を両誘電体の境界上で満足される PMCHWT 積分方程式に代入し、ガラーキン法を適用すると、以下の行列方程式を得る。

$$\begin{bmatrix} \bar{\mathbf{Z}}_{**} & \bar{\mathbf{U}}_{*o} \\ \bar{\mathbf{U}}_{o*} & -\bar{\mathbf{Y}}_{oo} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{I}_* \\ \mathbf{V}_o \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \bar{\mathbf{Z}}_{*o} & \bar{\mathbf{U}}_{**} \\ \bar{\mathbf{U}}_{oo} & -\bar{\mathbf{Y}}_{o*} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{I}_o \\ \mathbf{V}_* \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} \mathbf{Z}_{*j} \\ \mathbf{U}_{oj} \end{bmatrix} I_j \quad (6)$$

$$\begin{bmatrix} \bar{\mathbf{Z}}_{o*} & \bar{\mathbf{U}}_{oo} \\ \bar{\mathbf{U}}_{**} & -\bar{\mathbf{Y}}_{*o} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{I}_* \\ \mathbf{V}_o \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \bar{\mathbf{Z}}_{oo} & \bar{\mathbf{U}}_{o*} \\ \bar{\mathbf{U}}_{*o} & -\bar{\mathbf{Y}}_{**} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{I}_o \\ \mathbf{V}_* \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} \mathbf{Z}_{oj} \\ \mathbf{U}_{*j} \end{bmatrix} I_j \quad (7)$$

ただし、 $\mathbf{I}_v, \mathbf{V}_v$ はそれぞれ $N_v \times 1$ の電流係数ベクトルと磁流係数ベクトルであり、その j 番目要素はそれぞれ I_j^v, V_j^v である ($v = *, o$)。また、 $\bar{\mathbf{Z}}_{\tau v}, \bar{\mathbf{Y}}_{\tau v}, \bar{\mathbf{U}}_{\tau v}$ はそれぞれ $N_\tau \times N_v$ のインピーダンス行列, アドミタンス行列, 及び伝達行列であり、その (i, j) 番目要素はそれぞれ F_i^τ, F_j^τ 間の自己/相互インピーダンス, 自己/相互アドミタンス, 伝達係数である ($\tau = *, o$)。さらに、 $\mathbf{Z}_{\tau j}, \mathbf{U}_{\tau j}$ はそれぞれ $N_\tau \times 1$ のインピーダンスベクトルと伝達ベクトルであり、その i 番目要素はそれぞれ F_i^τ, F_j^τ 間の相互インピーダンスと伝達係数である。

2.3 行列とベクトルの展開

無損失散乱体を扱った [5] では、 $\bar{\mathbf{Z}}_{\tau\nu}, \bar{\mathbf{Y}}_{\tau\nu}, \bar{\mathbf{U}}_{\tau\nu}$ を直接 s に関するテイラー／ローラン級数に展開した。対照的に、IDEM ではそれらをまず伝搬定数に関して展開し、その (i, j) 番目要素は以下のようになる。

$$\left. \begin{aligned} [\bar{\mathbf{Z}}_{\tau\nu}]_{ij} &= \sum_{k=-1}^{\infty} \left(\zeta_1 \gamma_1^k + \zeta_2 \gamma_2^k \right) X(\mathbf{F}_i^{\tau}, \mathbf{F}_j^{\nu}, k) \\ [\bar{\mathbf{Y}}_{\tau\nu}]_{ij} &= \sum_{k=-1}^{\infty} \left(\frac{\gamma_1^k}{\zeta_1} + \frac{\gamma_2^k}{\zeta_2} \right) X(\mathbf{F}_i^{\tau}, \mathbf{F}_j^{\nu}, k) \\ [\bar{\mathbf{U}}_{\tau\nu}]_{ij} &= \sum_{k=0}^{\infty} \left(\gamma_1^k + \gamma_2^k \right) W(\mathbf{F}_i^{\tau}, \mathbf{F}_j^{\nu}, k) \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

ただし、 $\zeta_1 = \sqrt{\mu_1/\varepsilon_1}$, $\gamma_1 = s\sqrt{\varepsilon_1\mu_1}$ はそれぞれ無損失誘電体内の波動インピーダンスと伝搬定数である。また、 $\zeta_2 = \sqrt{s\mu_2/(\sigma_2 + s\varepsilon_2)}$, $\gamma_2 = \sqrt{(\sigma_2 + s\varepsilon_2)s\mu_2}$ はそれぞれ損失性誘電体における波動インピーダンスと伝搬定数である。さらに、 $X(\mathbf{F}_i^{\tau}, \mathbf{F}_j^{\nu}, k)$, $W(\mathbf{F}_i^{\tau}, \mathbf{F}_j^{\nu}, k)$ は $\mathbf{F}_i^{\tau}, \mathbf{F}_j^{\nu}$ を含む積分であり、[5] におけるものと同様である。

ζ_2 が s に依存し、かつ γ_2 が s に線形比例でないため、(8) における ζ_2, γ_2^k を含む項を二項定理を用いて以下のように追加展開する。

$$\left. \begin{aligned} \zeta_2 \gamma_2^k &= \frac{(s\mu_2\sigma_2)^{(k+1)/2}}{\sigma_2} \sum_{l=0}^{\infty} \binom{(k-1)/2}{l} \left(\frac{s\varepsilon_2}{\sigma_2} \right)^l \\ \frac{\gamma_2^k}{\zeta_2} &= \sigma_2 (s\mu_2\sigma_2)^{(k-1)/2} \sum_{l=0}^{\infty} \binom{(k+1)/2}{l} \left(\frac{s\varepsilon_2}{\sigma_2} \right)^l \\ \gamma_2^k &= (s\mu_2\sigma_2)^{k/2} \sum_{l=0}^{\infty} \binom{k/2}{l} \left(\frac{s\varepsilon_2}{\sigma_2} \right)^l \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

これらはすべて、 $\omega\varepsilon_2 < \sigma_2$ において収束する ($\omega = \Im(s)$)。すなわち、損失性誘電体の誘電正接は 1 以上である必要がある。 $\zeta_1 = \sqrt{\mu_1/\varepsilon_1}$, $\gamma_1 = s\sqrt{\varepsilon_1\mu_1}$ 及び式 (9) を式 (8) に代入して整理すると、以下の展開表現を得る。

$$\left. \begin{aligned} \bar{\mathbf{Z}}_{\tau\nu} &= \sum_{k=-2}^{\infty} s^{k/2} \bar{\mathbf{Z}}_{\tau\nu}^{(k/2)}, \quad \bar{\mathbf{Y}}_{\tau\nu} = \sum_{k=-2}^{\infty} s^{k/2} \bar{\mathbf{Y}}_{\tau\nu}^{(k/2)} \\ \bar{\mathbf{U}}_{\tau\nu} &= \sum_{k=0}^{\infty} s^{k/2} \bar{\mathbf{U}}_{\tau\nu}^{(k/2)} \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

式 (10) に含まれる行列要素の具体的な表示式については、[6] の Appendix を参照されたい。

一方、[5] と同様に、式 (6), (7) における $\mathbf{Z}_{\tau j}, \mathbf{U}_{\tau j}$ を以下のように展開する。

$$\mathbf{Z}_{\tau j} = \sum_{k=-1}^{\infty} s^k \mathbf{Z}_{\tau j}^{(k)}, \quad \mathbf{U}_{\tau j} = \sum_{k=0}^{\infty} s^k \mathbf{U}_{\tau j}^{(k)} \quad (11)$$

式 (10) が s に関する半整数次成分を含むことに併せ、式 (6), (7) における $\mathbf{I}_\nu, \mathbf{V}_\nu$ は以下のように展開する。

$$\mathbf{I}_\nu = \sum_{k=0}^{\infty} s^{k/2} \mathbf{I}_\nu^{(k/2)}, \quad \mathbf{V}_\nu = \sum_{k=-2}^{\infty} s^{k/2} \mathbf{V}_\nu^{(k/2)} \quad (12)$$

ただし、 $k < 2$ に対して $\mathbf{V}_\nu^{(k/2)} = \mathbf{0}$ とする。

式 (10)~(12) を式 (6), (7) に代入し、 $s^{1/2}$ の次数が等しい項について等式を結ぶと、以下の式 (13), (14) を得る。

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} \bar{\mathbf{Z}}_{\star\star}^{(-1)} & \bar{\mathbf{U}}_{\star\circ}^{(0)} \\ \bar{\mathbf{0}} & -\bar{\mathbf{Y}}_{\circ\circ}^{(0)} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{I}_{\star}^{(k/2)} \\ \mathbf{V}_{\circ}^{(k/2-1)} \end{bmatrix} &= - \begin{bmatrix} \mathbf{Z}_{\star j}^{(k/2-1)} \\ \mathbf{U}_{\circ j}^{(k/2-1)} \end{bmatrix} I_j \\ &- \sum_{l=2}^k \begin{bmatrix} \bar{\mathbf{Z}}_{\star\star}^{(l/2-1)} & \bar{\mathbf{U}}_{\star\circ}^{(l/2)} \\ \bar{\mathbf{U}}_{\circ\star}^{(l/2-1)} & -\bar{\mathbf{Y}}_{\circ\circ}^{(l/2)} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{I}_{\star}^{(k/2-l/2)} \\ \mathbf{V}_{\circ}^{(k/2-l/2-1)} \end{bmatrix} \\ &- \sum_{l=4}^k \begin{bmatrix} \bar{\mathbf{Z}}_{\star\circ}^{(l/2-1)} & \bar{\mathbf{U}}_{\star\star}^{(l/2-2)} \\ \bar{\mathbf{U}}_{\circ\circ}^{(l/2-1)} & -\bar{\mathbf{Y}}_{\star\star}^{(l/2-2)} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{I}_{\circ}^{(k/2-l/2)} \\ \mathbf{V}_{\star}^{(k/2-l/2+1)} \end{bmatrix}, \quad k \geq 0 \quad (13) \\ \begin{bmatrix} \bar{\mathbf{Z}}_{\circ\circ}^{(1)} & \bar{\mathbf{U}}_{\circ\star}^{(0)} \\ \bar{\mathbf{U}}_{\circ\star}^{(0)} & -\bar{\mathbf{Y}}_{\star\star}^{(-1)} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{I}_{\circ}^{(k/2-1)} \\ \mathbf{V}_{\star}^{(k/2)} \end{bmatrix} &= - \begin{bmatrix} \mathbf{Z}_{\circ j}^{(k/2)} \\ \mathbf{U}_{\star j}^{(k/2-1)} \end{bmatrix} I_j \\ &- \sum_{l=0}^k \begin{bmatrix} \bar{\mathbf{Z}}_{\circ\star}^{(l/2)} & \bar{\mathbf{U}}_{\circ\circ}^{(l/2+1)} \\ \bar{\mathbf{U}}_{\star\star}^{(l/2-1)} & -\bar{\mathbf{Y}}_{\star\circ}^{(l/2)} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{I}_{\star}^{(k/2-l/2)} \\ \mathbf{V}_{\circ}^{(k/2-l/2-1)} \end{bmatrix} \\ &- \sum_{l=4}^k \begin{bmatrix} \bar{\mathbf{Z}}_{\circ\circ}^{(l/2)} & \bar{\mathbf{U}}_{\circ\star}^{(l/2-1)} \\ \bar{\mathbf{U}}_{\star\circ}^{(l/2-1)} & -\bar{\mathbf{Y}}_{\star\star}^{(l/2-2)} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{I}_{\circ}^{(k/2-l/2)} \\ \mathbf{V}_{\star}^{(k/2-l/2+1)} \end{bmatrix}, \quad k \geq 2 \quad (14) \end{aligned}$$

これらは [5] における式 (28), (29) に対応するが、各行列・ベクトルの中身は異なっている。

式 (13), (14) 左辺の未知ベクトルは以下の手順で求められる。まず、 $k=0$ を式 (13) に代入すると、次式を得る。

$$\begin{bmatrix} \bar{\mathbf{Z}}_{\star\star}^{(-1)} & \bar{\mathbf{U}}_{\star\circ}^{(0)} \\ \bar{\mathbf{0}} & -\bar{\mathbf{Y}}_{\circ\circ}^{(0)} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{I}_{\star}^{(0)} \\ \mathbf{V}_{\circ}^{(-1)} \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} \mathbf{Z}_{\star j}^{(-1)} \\ \mathbf{0} \end{bmatrix} I_j \quad (15)$$

これを解くことで $\mathbf{I}_{\star}^{(0)}, \mathbf{V}_{\circ}^{(-1)}$ が求まる。 $\mathbf{V}_{\circ}^{(-1)} = \mathbf{0}$ となることは明らかであり、かつ $\mathbf{I}_{\star}^{(0)}$ は $\bar{\mathbf{Z}}_{\star\star}^{(-1)}, \mathbf{Z}_{\star j}^{(-1)}$ のみにより定まる。これは [4] で扱った完全導体の散乱体の場合と同様であり、損失性誘電体が静電界に対して完全導体のように振る舞うことを意味する。続いて、 $k=1$ を式 (13) に代入すると、次式を得る。

$$\begin{bmatrix} \bar{\mathbf{Z}}_{\star\star}^{(-1)} & \bar{\mathbf{U}}_{\star\circ}^{(0)} \\ \bar{\mathbf{0}} & -\bar{\mathbf{Y}}_{\circ\circ}^{(0)} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{I}_{\star}^{(1/2)} \\ \mathbf{V}_{\circ}^{(-1/2)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ \mathbf{0} \end{bmatrix} \quad (16)$$

この解は明らかに $\mathbf{I}_{\star}^{(1/2)} = \mathbf{V}_{\circ}^{(-1/2)} = \mathbf{0}$ となる。 $k \geq 2$ に対しては、 $\mathbf{I}_{\star}^{(0)}, \dots, \mathbf{I}_{\star}^{(k/2-1)}, \mathbf{V}_{\circ}^{(-1)}, \dots, \mathbf{V}_{\circ}^{(k/2-2)}, \mathbf{I}_{\circ}^{(0)}, \dots, \mathbf{I}_{\circ}^{(k/2-2)}, \mathbf{V}_{\star}^{(1)}, \dots, \mathbf{V}_{\star}^{(k/2-1)}$ が既知ならば、式 (13) は $\mathbf{I}_{\star}^{(k/2)}, \mathbf{V}_{\circ}^{(k/2-1)}$ について解ける。そして、この $\mathbf{I}_{\star}^{(k/2)}, \mathbf{V}_{\circ}^{(k/2-1)}$ を用いて、式 (14) が $\mathbf{I}_{\circ}^{(k/2-1)}, \mathbf{V}_{\star}^{(k/2)}$ について解ける。これを $k=2, 3, \dots$ に対して逐次行うことで、展開された電流・磁流係数ベクトルが求まる。

2.4 散乱電界の試行

散乱成分 Z_{ij}^{sc} は、等価電磁流により生じる散乱電界 \mathbf{E}^{sc} を \mathbf{F}_i で試行することで、以下のように求まる。

$$\begin{aligned} Z_{ij}^{\text{sc}} &= -\frac{1}{I_j} \int_S \mathbf{F}_i \cdot \mathbf{E}^{\text{sc}} dS \\ &= \frac{1}{I_j} \left\{ \begin{bmatrix} \mathbf{Z}_{i\star} & \mathbf{U}_{i\circ} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{I}_{\star} \\ \mathbf{V}_{\circ} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{Z}_{i\circ} & \mathbf{U}_{i\star} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{I}_{\circ} \\ \mathbf{V}_{\star} \end{bmatrix} \right\} \quad (17) \end{aligned}$$

ただし、 $\mathbf{Z}_{i\nu}, \mathbf{U}_{i\nu}$ はそれぞれ $1 \times N_\nu$ のインピーダンスベクトルと伝達ベクトルであり、その j 番目要素はそれぞれ $\mathbf{F}_i, \mathbf{F}_j^\nu$ 間の相互インピーダンスと伝達係数である。[5] と同様に、式 (17)

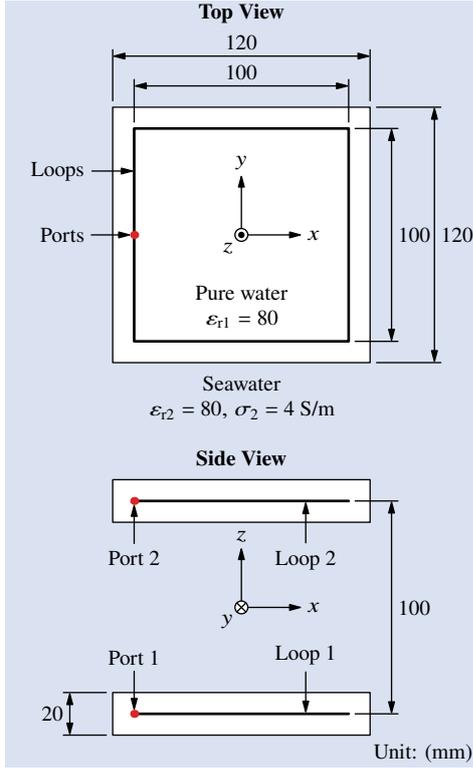


図2 純水カバー付き海中ループ結合器

における $\mathbf{Z}_{iv}, \mathbf{U}_{iv}$ を以下のように展開する.

$$\mathbf{Z}_{iv} = \sum_{k=-1}^{\infty} s^k \mathbf{Z}_{iv}^{(k)}, \quad \mathbf{U}_{iv} = \sum_{k=0}^{\infty} s^k \mathbf{U}_{iv}^{(k)} \quad (18)$$

式(12), (18)を式(17)に代入することで, 式(3)における $Z_{ij}^{\text{sc}(k/2)}$ は以下のように求まる.

$$Z_{ij}^{\text{sc}(k/2)} = \frac{1}{I_j} \left\{ \sum_{l=-2}^k \left[\mathbf{Z}_{i\star}^{(l/2)} \quad \mathbf{U}_{i\circ}^{(l/2+1)} \right] \begin{bmatrix} \mathbf{I}_{\star}^{(k/2-l/2)} \\ \mathbf{V}_{\circ}^{(k/2-l/2-1)} \end{bmatrix} + \sum_{l=2}^k \left[\mathbf{Z}_{i\circ}^{(l/2)} \quad \mathbf{U}_{i\star}^{(l/2-1)} \right] \begin{bmatrix} \mathbf{I}_{\circ}^{(k/2-l/2)} \\ \mathbf{V}_{\star}^{(k/2-l/2+1)} \end{bmatrix} \right\} \quad (19)$$

このようにして得られた式(3)の級数は, 無損失誘電体の大きさが周囲の損失性誘電体内の波長の0.2波長程度以下で, かつ誘電正接が1以下の場合に収束することが経験則としてわかっている[6].

3. 数値例

図2のように, 完全導体のワイヤ(半径0.4 mm)からなるループ1, 2が, それぞれ導電率ゼロの純水カバー ($\epsilon_{r1} = 80$)に内包されているものとする. これらのループとカバーはループの中心間を結ぶ線分を通る xy 面と xz 面について鏡面对称となっている. また, カバーの外側は海水 ($\epsilon_{r2} = 80, \sigma_2 = 4 \text{ S/m}$)とした. ループ1, 2の電流分布は, それぞれワイヤ軸に沿って均一な細線状基底関数 $\mathbf{F}_1, \mathbf{F}_2$ により表す. 純水カバー表面のスター基底関数とループ規定関数の数は, それぞれ $N_{\star} = 2158, N_{\circ} = 2162$ とした. なお, 基底関数の数をこの4倍としたときの回路素子定数の変化は0.027%以下となることを確認している.

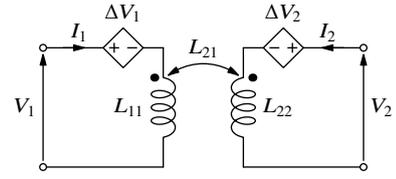


図3 海中ループ結合器の回路モデル

$\mathbf{F}_1, \mathbf{F}_2$ はワイヤ軸に沿って均一, すなわち発散なしとしているため, $Z_{ij}^{(-1)} = Z_{ij}^{(0)} = Z_{ij}^{(3/2)} = 0$ となる. したがって, ポート1, 2間の自己/相互インピーダンスを以下のように有限次のテイラー級数で近似する.

$$Z_{ij} \approx s Z_{ij}^{(1)} + s^2 Z_{ij}^{(2)} + s^{5/2} Z_{ij}^{(5/2)} \quad (20)$$

なお, $Z_{ij}^{(2)}, Z_{ij}^{(5/2)}$ は散乱成分のみからなり, このうち前者は以下のように求まる.

$$Z_{ij}^{\text{sc}(2)} = \left[\mathbf{Z}_{i\circ}^{(1)} \quad \mathbf{U}_{i\star}^{(0)} \right] \begin{bmatrix} \mathbf{I}_{\circ}^{(1)} \\ \mathbf{V}_{\star}^{(2)} \end{bmatrix} \quad (21)$$

ただし, $\mathbf{I}_{\circ}^{(1)}$ は $I_j \mathbf{F}_j$ により生じる純静磁界からファラデー則により誘導される渦電流であり, この渦電流が周波数に線形比例することは[14]でも示されている. 式(21)は, $\mathbf{I}_{\circ}^{(1)}$ と \mathbf{F}_i が相互インダクタンス $\mathbf{Z}_{i\circ}^{(1)}$ により結合することで二次成分 $Z_{ij}^{\text{sc}(2)}$ となることを意味している. なお, [10]では渦電流損失の周波数特性を表すために海中コイルの電流と渦電流が誘導結合する回路モデルが導入されており, 上記はこのモデルを理論的に裏打ちするものである. 一方, $Z_{ij}^{(5/2)}$ は等価磁気双極子モーメントの拡張された意味での放射抵抗と解釈できる[6]. なお, 無損失媒質中における等価磁気双極子モーメントの放射抵抗は s^4 に比例する[2].

図3は海中ループ結合器の回路モデルであり, 図中の V_i, I_i はそれぞれポート i の電圧と電流を表す ($i = 1, 2$). ただし, 自己/相互インダクタンスは, 以下のとおり s に比例するインピーダンス成分に相当する.

$$L_{ij} = Z_{ij}^{(1)} \quad (22)$$

また, 従属電圧源は, 以下のとおり $s^2, s^{5/2}$ に比例するインピーダンス成分による電圧降下を表す.

$$\Delta V_i = \sum_{j=1}^2 \left[s^2 Z_{ij}^{(2)} + s^{5/2} Z_{ij}^{(5/2)} \right] I_j \quad (23)$$

なお, 二次成分の寄与は受動素子のみにより近似することも可能である[2].

表1では, 純水カバーがある場合とない場合における海中ループの回路素子定数を比較しており, そのうち後者は以下の式(24)~(26)のように表される.

$$L_{ij} = \mu_0 X(\mathbf{F}_i, \mathbf{F}_j, 1) \quad (24)$$

$$Z_{ij}^{(2)} = \mu_0^2 \sigma_2 X(\mathbf{F}_i, \mathbf{F}_j, 3) \quad (25)$$

$$Z_{ij}^{(5/2)} = \mu_0^{5/2} \sigma_2^{3/2} X(\mathbf{F}_i, \mathbf{F}_j, 4) \quad (26)$$

表 1 海中ループ結合器の回路素子定数

	w/ covers	w/o covers
$L_{11} = L_{22}$ (H)	4.363×10^{-7}	4.354×10^{-7}
L_{21} (H)	1.020×10^{-8}	1.012×10^{-8}
$Z_{11}^{(2)} = Z_{22}^{(2)}$ ($\Omega \cdot s^2$)	-6.080×10^{-16}	-7.472×10^{-16}
$Z_{21}^{(2)}$ ($\Omega \cdot s^2$)	-3.788×10^{-16}	-3.960×10^{-16}
$Z_{11}^{(5/2)} = Z_{22}^{(5/2)}$ ($\Omega \cdot s^{5/2}$)	7.573×10^{-20}	7.513×10^{-20}
$Z_{21}^{(5/2)}$ ($\Omega \cdot s^{5/2}$)	7.570×10^{-20}	7.513×10^{-20}

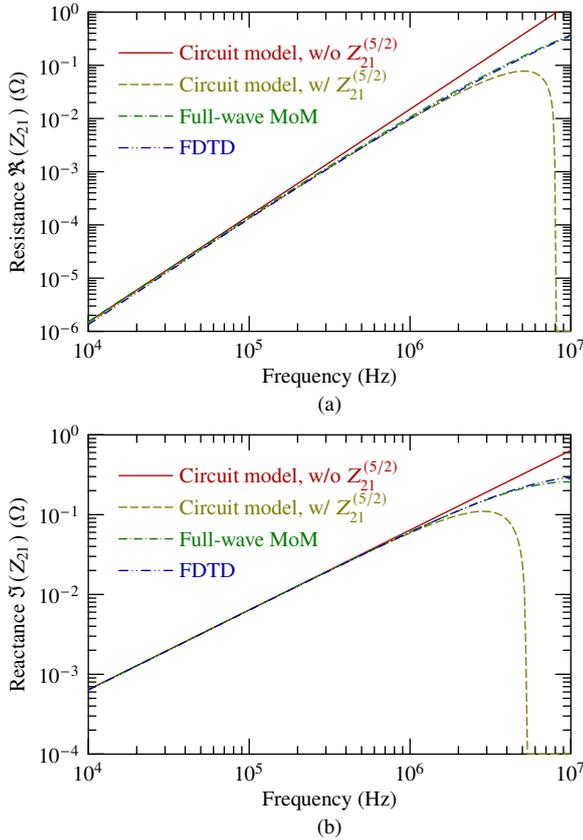


図 4 ポート間相互インピーダンス Z_{21} の周波数特性:(a)実部, (b)虚部

このうち、純水カバーがない場合のインダクタンスを表す式 (24) には誘電率と導電率が含まれておらず、自由空間中におけるインダクタンスと同一となる。また、表 1 において、インダクタンスは純水カバーがある場合とない場合とでほぼ同一値となっており、これらが純水カバーの有無に関わらず従来のノイマンの公式で特定できることを意味している。一方、二次のインピーダンス成分は純水カバーの存在により減少しており、これにより渦電流損失を低減できることを示している。

図 4 に、ポート間相互インピーダンス Z_{21} の周波数特性を示す。なお、ここでは回路モデル、フルウェーブ MoM、及び有限差分時間領域 (finite-difference time-domain, FDTD) 法 [15] による結果を比較している。フルウェーブ MoM では、ワイヤの電流は IDEM で用いた均一な基底関数 F_1, F_2 に加え、126 個の区分一次基底関数で表した。一方、純水カバー表面の基底関数は IDEM で用いたものと同様とした。FDTD 法では、純水カバー内部のセルサイズを 1 mm として、カバーから離れるにしたがって最大 5 mm まで増加させた。計算領域の大きさ

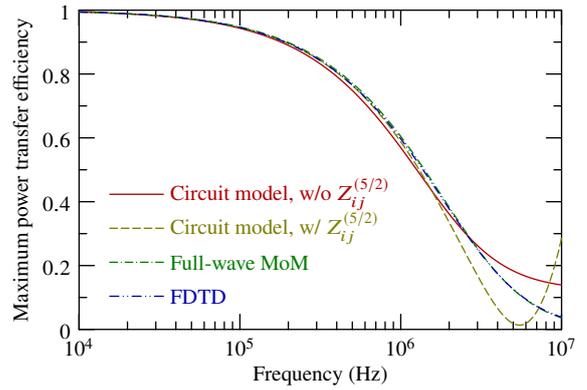


図 5 最大電力伝送効率の周波数特性

は $0.4 \text{ m} \times 0.4 \text{ m} \times 0.4 \text{ m}$ とし、その外側を 64 層の完全整合層 (perfectly matched layer, PML) で囲った。フルウェーブ MoM と FDTD 法による結果は最大で 10% 程度の差異があるものの、全般的にはよく一致していることから、これらを基準解とみなす。また、回路モデルによる結果の誤差 (基準: フルウェーブ MoM) が周波数とともに増大するのは、回路モデルにおける Z_{21} を有限次のテイラー級数で近似しており、かつループの電流を均一と仮定しているためである。 $Z_{21}^{(5/2)}$ を無視した場合、誤差は約 1.06 MHz 以下で 10% 未満であり、この周波数範囲における損失は概ね渦電流損失 (及びここでは無視している導体損失) で説明できることがわかる。一方、 $Z_{21}^{(5/2)}$ を考慮した場合、誤差が 10% 未満となる周波数は約 1.79 MHz まで上昇している。ただし、約 50 MHz 以上になると、回路モデルによる結果と他との乖離が生じてしまうため、注意が必要である。

なお、結合型 WPT システムでは、電力伝送効率を最大化するために結合器に整合回路を付加することが一般的であり、その上限はポート間の自己/相互インピーダンスによって一意に定まる [16]~[18]。図 5 に、回路モデル、フルウェーブ MoM、及び FDTD 法で求めた最大電力伝送効率の周波数特性を示す。最大電力伝送効率で見ると $Z_{21}^{(5/2)}$ を無視することによる誤差は比較的小さいものの、これを考慮することで過小評価されていた効率が上方修正されることが見て取れる。

4. ま と め

本稿では、IEM を損失性媒質を扱えるように拡張した IDEM を海中ループ結合器に応用した例を紹介した。IDEM の特徴は、モーメント法におけるインピーダンス行列をまず伝搬定数に関してローラン級数展開し、さらに複素角周波数 s に関して追加展開することにある。損失性誘電体による散乱電界の寄与を含む基底関数間の自己/相互インピーダンスは $s^{1/2}$ に関するローラン級数の形となる。この IDEM を純水カバーに内包された海中ループ結合器に適用した結果、海中ループ結合器の自己/相互インダクタンスは純水カバーの有無に関わらず自由空間を想定した従来のノイマンの公式で特定できることがわかった。また、 s^2 に比例するインピーダンス成分は渦電流損失を表し、低周波帯における損失は概ねこの渦電流損失で説明できることがわかった。

謝 辞

本研究は JSPS 科研費 19K04321 及び 23K03812 の助成を受けたものである。また、本研究は東北大学電気通信研究所共同プロジェクト研究により実施されたものである。

文 献

- [1] N. Haga and M. Takahashi, "Circuit modeling technique for electrically-very-small devices based on Laurent series expansion of self-/mutual impedances," *IEICE Trans. Commun.*, vol.E101-B, no.2, pp.555–563, Feb. 2018. DOI:10.1587/transcom.2017EBP3196
- [2] N. Haga and M. Takahashi, "Circuit modeling of a wireless power transfer system by eigenmode analysis based on the impedance expansion method," *IEEE Trans. Antennas Propag.*, vol.67, no.2, pp.1233–1245, Feb. 2019. DOI:10.1109/TAP.2018.2883632
- [3] R.F. Harrington, *Field Computation by Moment Methods*, New York, NY, USA: Macmillan, 1965.
- [4] N. Haga, J. Chakarothai, and K. Konno, "Circuit modeling of wireless power transfer system in the vicinity of perfectly conducting scatterer," *IEICE Trans. Commun.*, vol.E103-B, no.12, pp.1411–1420, Dec. 2020. DOI:10.1587/transcom.2019EBP3211
- [5] N. Haga, J. Chakarothai, and K. Konno, "Circuit modeling of a wireless power transfer system containing ferrite shields using an extended impedance expansion method," *IEEE Trans. Microwave Theory Tech.*, vol.70, no.5, pp.2872–2881, May 2022. DOI:10.1109/TMTT.2022.3149830
- [6] N. Haga, J. Chakarothai and K. Konno, "Circuit modeling of near-field coupled undersea antennas using impedance double expansion method," *IEEE Trans. Antennas Propag.*, vol.72, no.12, pp.9378–9391, Dec. 2024. DOI:10.1109/TAP.2024.3485793
- [7] L. Yang, M. Ju, and B. Zhang, "Bidirectional undersea capacitive wireless power transfer system," *IEEE Access*, vol.7, pp.121046–121054, Aug. 2019. DOI:10.1109/ACCESS.2019.2937888
- [8] M. Tamura, K. Murai, and H. Matsukami, "Feasibility of electric double-layer coupler for wireless power transfer under seawater," *IEICE Trans. Electron.*, vol.E103-C, no.6, pp.308–316, June 2020. DOI:10.1587/transele.2019ECP5033
- [9] R. Hasaba, K. Okamoto, S. Kawata, K. Eguchi, and Y. Koyanagi, "Magnetic resonance wireless power transfer over 10 m with multiple coils immersed in seawater," *IEEE Trans. Microwave Theory Tech.*, vol.67, no.11, pp.4505–4513, Nov. 2019. DOI:10.1109/TMTT.2019.2928291
- [10] Y. Miyakozawa, T. Imura, and Y. Hori, "Frequency characteristics of wireless power transfer in seawater via magnetic resonant coupling," 2022 Asian Wireless Power Transfer Workshop, Kyoto, Dec. 2022.
- [11] K. Umashankar, A. Taflove, and S.M. Rao, "Electromagnetic scattering by arbitrary shaped three-dimensional homogeneous lossy dielectric objects," *IEEE Trans. Antennas Propag.*, vol.34, no.6, pp.758–766, June 1986. DOI:10.1109/TAP.1986.1143894
- [12] S. Y. Chen, W. C. Chew, J. M. Song, and J. S. Zhao, "Analysis of low frequency scattering from penetrable scatterers," *IEEE Trans. Geosci. Remote Sens.*, vol.39, no.4, pp.726–735, Apr. 2001. DOI:10.1109/36.917883
- [13] S. Y. Chen, J. S. Zhao, and W. C. Chew, "Analyzing low-frequency electromagnetic scattering from a composite object," *IEEE Trans. Geosci. Remote Sens.*, vol.40, no.2, pp.426–433, Feb. 2002. DOI:10.1109/36.992806
- [14] J. Van Bladel, "Stevenson's method applied to good conductors," in *Electromagnetic Fields*, 2nd ed. Hoboken, NJ, USA: Wiley, 2007, ch. 13, sec. 10, pp. 711–715.
- [15] K. Yee, "Numerical solution of initial boundary value problems involving Maxwell's equations in isotropic media," *IEEE Trans. Antennas Propag.*, vol.14, no.3, pp.302–307, May 1966. DOI:10.1109/TAP.1966.1138693
- [16] S. Roberts, "Conjugate-Image Impedances," *Proc. IRE*, vol.34, no.4, pp.198p–204p, Apr. 1946. DOI:10.1109/JRPROC.1946.234242
- [17] T. Ohira, "Power transfer theory on linear passive two-port systems," *IEICE Trans. Electron.*, vol.E101-C, no.10, pp.719–726, Oct. 2018. DOI:10.1587/transele.E101.C.719
- [18] Q. Yuan and T. Aoki, "Practical applications of universal approach for calculating maximum transfer efficiency of MIMO-WPT system," *Wireless Power Transfer*, vol. 7, no. 1, pp. 86–94, Mar. 2020. DOI:10.1017/wpt.2020.7