

[依頼講演]

グリーン関数形式による2次元無限周期構造のメッシュフリー
モデリングとそのモーメント法への応用

今野 佳祐[†] 羽賀 望^{††} チャカロタイジエドヴィスノプ^{†††} 陳 強[†]

[†] 東北大学大学院 工学研究科 通信工学専攻 〒980-8579 仙台市青葉区荒巻字青葉 6-6-05

^{††} 豊橋技術科学大学 電気・電子情報工学系, 〒441-8580 愛知県豊橋市天伯町雲雀ヶ丘 1-1

^{†††} 国立研究開発法人 情報通信研究機構, 〒184-8795 東京都小金井市貫井北町 4-2-1

E-mail: †{keisuke.konno.b5, qiang.chen.a5}@dc.tohoku.ac.jp

あらまし 本報告では、2次元周期構造のメッシュフリーモデリング法を提案し、それをモーメント法へ応用した結果について述べる。2次元無限周期構造からの反射波のうち、Floquetの基本モードに対応する成分を平面波の反射係数を用いて表現し、多層媒質のグリーン関数と同様の方法で2次元無限周期構造のダイアディックグリーン関数を近似的に構築する。2次元無限周期構造の反射係数は予め数値計算して保存しておけばよいので、提案法は任意形状の散乱体から成る2次元無限周期構造を扱うことができる。また、提案法はグリーン関数の形で2次元無限周期構造を表現するので、モーメント法と組み合わせた時に2次元無限周期構造をメッシュに分割する必要がない。したがって、提案法により2次元無限周期構造のメッシュフリーモデリングが実現でき、メタマテリアルや周波数選択板などの2次元無限周期構造上にあるアンテナの数値解析が極めて高速に実行できる。いくつかの数値計算結果を示しながら、提案法の有効性を明らかにする。

キーワード モーメント法

[Invited Talk]

Mesh-Free Modeling of Two-Dimensional Infinite Periodic Structure Using
Green's Function Formalism and Its Application to MoM

Keisuke KONNO[†], Nozomi HAGA^{††}, Chakarothai JERDVISANOP^{†††}, and Qiang CHEN[†]

[†] Communications Engineering, Graduate School of Engineering, Tohoku University
6-6-05 Aramaki Aza Aoba, Aoba-ku, Sendai, Miyagi, 980-8579, Japan

^{††} Department of Electrical and Electronic Information Engineering, Toyohashi University of Technology, 1-1
Hibarigaoka, Tenpakucho, Toyohashi, Aichi 441-8580, Japan

^{†††} The National Institute of Information and Communications Technology, 4-2-1 Nukuikitamachi, Koganei-shi,
Tokyo, 184-8795, Japan

E-mail: †{keisuke.konno.b5, qiang.chen.a5}@dc.tohoku.ac.jp

Abstract A contactless phase shifter using an electromagnet is proposed and used for design of a single bit reconfigurable reflectarray. Magnetostatic force penetrates a reflecting plane of the reflectarray and attracts a reflectarray element. As a result, height of the reflectarray element is tunable and phase of its high frequency scattering field shifts. Although magnetostatic field can penetrate the reflecting plane, high frequency field cannot penetrate the reflecting plane and the electromagnets are completely isolated from the high frequency field. Therefore, insertion loss of the proposed reflectarray element is negligible. In this report, scattering performance of the proposed single bit reconfigurable reflectarray is clarified numerically and experimentally.

Key words Method of moments

1. まえがき

電磁界数値解析法において、散乱体やアンテナをどのようにモデリングするか、という点は非常に重要な問題である。散乱体やアンテナのモデリングの巧拙はそのまま数値計算時間や精度に跳ね返ってくるため、適切な散乱体やアンテナのモデリングの方法を知っていると、アンテナ設計などで有利である。

電磁界数値解析法の1つであるモーメント法でも、散乱体やアンテナに関するモデリングの研究がなされてきた[1]。モーメント法は、散乱体やアンテナが満たすべき境界条件を代わりに満たすような電磁界を生み出す電流を未知数とし、それを数値的に求める手法である。未知の電流同士の電磁結合は、散乱体やアンテナのある空間のダイアディックグリーン関数を含む積分方程式の形で表現され、行列方程式を解くことで未知の電流が求められる。これまで、線状アンテナや面状アンテナの電流、および誘電体の分極電流をモデリングするために、線状・面状・立体形状の基底関数がそれぞれ提案されてきた[2]-[5]。また、面状アンテナの電流分布を近似的に線状の電流分布で表現するためのワイヤメッシュモデリングや、線状の基底関数と面状の基底関数を電氣的に接続するためのジョイントパッチセグメント等が提案されている[6]-[9]。給電構造のモデリング方法としては、デルタギャップ給電やコンスタントギャップ給電、磁流環給電等が提案されてきている[10]-[12]。ある幅を持った面状アンテナを、それと等価な線状アンテナに変換するための幅と線径の変換公式も示されている[13]。近年では、低周波におけるアンテナの回路モデリングをモーメント法ベースで行う手法なども提案されている[14]-[16]。

ここまで述べてきたモーメント法における散乱体やアンテナのモデリングの方法は、いずれも散乱体やアンテナの物理構造をメッシュに分割するときのようにモデリングするか、という観点に立った方法である点が共通している。このような方法は、散乱体やアンテナの物理構造に対応した電流を未知数として置くので、直観的に分かりやすい反面、散乱体やアンテナのサイズが大きくなると単純に計算時間が長くなるという問題点を有している。その結果、大きな散乱体やアンテナの数値解析にはいわゆる高速モーメント法が必須となる[17]-[22]。その一方で、無限地板や誘電体スラブなど、波長に対して大きな散乱体は、その散乱体がある空間のグリーン関数を求めることで、メッシュフリーでモデリングできることが知られている[23]-[28]。例えば無限地板のある空間のダイアディックグリーン関数を用いると、このダイアディックグリーン関数から求められる電磁界は無限地板上でそれが満たすべき境界条件を自動的に満たすので、無限地板そのものが生み出す電磁界を表現するような電流を未知数として置く必要がない。その結果、無限地板のある空間のダイアディックグリーン関数を用いたモーメント法では、無限地板以外の散乱体やアンテナのみをメッシュに分割して、そこだけに未知の電流を置けばよいので、無限地板のメッシュフリーモデリングが可能である。同様に、マイクロストリップアンテナの数値解析にしばしば用いられる多層媒質空間のグリーン関数を用いたモーメント法でも、多層媒質はメッシュフ

リーモデリングされる。

ところで、近年ではメタマテリアルや周波数選択板、RIS(Reconfigurable Intelligent Surface)などの周期構造がアンテナの一部として用いられるようになってきている[29]-[31]。このような周期構造は、波長に対して大規模な構造であることが多いので、いわゆる Floquet の定理を用いて無限周期構造中にある単位セルのモデルに帰着して数値解析するのが定石である[32], [33]。ところが、周期構造をその一部に持つアンテナは、アンテナが周期構造と同一の周期で配列されているとは限らないので、Floquet の定理を用いて無限周期構造中にある単位セルのモデルに帰着して数値解析するという定石が使えない。その結果、周期構造をその一部に持つアンテナの数値解析では、周期構造を含むアンテナ全体を有限の構造としてモデリングして数値解析する他ないが、前述の通り、それはアンテナ全体をメッシュ分割するのと同義なので、長い計算時間がかかる。このように、周期構造の数値解析は高速かつ効率的に行うことができるものの、周期構造をその一部に持つアンテナの数値解析を高速かつ効率的に行うのは容易ではなく、そのような手法の研究は少ない[34]-[38]。

そこで本報告では、2次元無限周期構造をメッシュフリーでモデリングする手法を提案し、モーメント法へそれを応用する[39]-[41]。提案法は、無限地板や多層媒質のダイアディックグリーン関数に着想を得て、2次元無限周期構造からの反射波の寄与を、その反射係数を含むダイアディックグリーン関数形式で表現する。ダイアディックグリーン関数の表示式は、反射係数を含む Propagation Factor の部分以外は解析的に求めることができ、反射係数の部分だけは Floquet の定理を用いた無限周期構造の数値解析によって求めた値を利用する。2次元無限周期構造上にある素子間の相互結合は、このようにして求めたダイアディックグリーン関数にモーメント法を適用して自己・相互インピーダンスの形で表現する。無限地板や多層媒質のダイアディックグリーン関数と同様に、提案法では2次元無限周期構造をグリーン関数形式でモデリングしているので、その寄与はメッシュフリーでモデリングできる。その結果、提案法では、2次元無限周期構造上にあるアンテナの数値解析が効率的に実行できる。また、2次元無限周期構造からの反射波の寄与の一部を解析的に、残りを数値的に表現することで、任意形状の素子から成る2次元無限周期構造のメッシュフリーモデリングが可能となっている。本報告では、提案法の概要と数値計算例を示し、その有効性を明らかにする。

2. 提案法の概要

図1に、2次元無限周期構造上にある波源と観測点を示す。波源と観測点の間に発生する電磁界は、波源と観測点の間の直接波と、2次元無限周期構造からの反射波である。今、2次元無限周期構造から生じるエヴァネッセント波の寄与が無視できると仮定すると、2次元無限周期構造からの反射波は全て Floquet の基本モードの電磁界で表現することができる。このとき、2次元無限周期構造はあたかも媒質境界のようにみなすことができ、多層媒質のグリーン関数と同様に、境界での反射係数・透

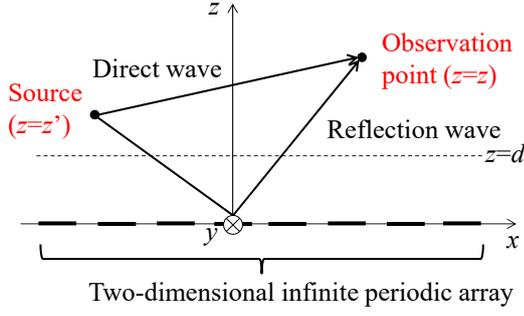


図1 2次元無限周期構造上にある波源と観測点の一例。

過係数を用いたグリーン関数形式でその電磁応答が表現できる。多層媒質の反射係数・透過係数が解析的に得られるのに対し、2次元無限周期構造のそれは必ずしも解析的に得られないが、現在では電磁界数値解析技術が発達しているので、2次元無限周期構造の反射係数・透過係数は予め数値計算で求めて保存しておけばよい。ここでは、波源と観測点が2次元無限周期構造の上側にあるので、波源・観測点と2次元無限周期構造とは反射波を介して結合する。したがって、予め求めておけばよいのは2次元無限周期構造の反射係数だけであり、透過係数は不要である。

2次元無限周期構造のある空間におけるダイアディックグリーン関数の近似表現は、多層媒質空間のグリーン関数からの類推で、以下のように表現できる。

$$\begin{aligned} \overline{\mathbf{G}}(\mathbf{r}, \mathbf{r}') &\approx \overline{\mathbf{G}}^{\text{D}}(\mathbf{r}, \mathbf{r}') + \overline{\mathbf{G}}^{\text{TE}}(\mathbf{r}, \mathbf{r}') + \frac{1}{k_0^2} \overline{\mathbf{G}}^{\text{TM}}(\mathbf{r}, \mathbf{r}') \\ \overline{\mathbf{G}}^{\text{D}}(\mathbf{r}, \mathbf{r}') &= \left(\overline{\mathbf{I}} + \frac{\nabla \nabla}{k_0^2} \right) \frac{e^{-jk_0|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|}}{4\pi|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|} \\ \overline{\mathbf{G}}^{\text{TE}}(\mathbf{r}, \mathbf{r}') &\approx \frac{-jk_0 \hat{\phi} \hat{\phi}}{8\pi^2} \int_0^{2\pi} \int_0^{\frac{\pi}{2}} e^{-jk_{xy} \cdot (\rho_{xy} - \rho'_{xy})} \\ &\quad F^{\text{TE}} \sin \theta d\theta d\phi \quad (1) \\ \overline{\mathbf{G}}^{\text{TM}}(\mathbf{r}, \mathbf{r}') &\approx \frac{-jk_0^3 \hat{\theta} \hat{\theta}}{8\pi^2} \int_0^{2\pi} \int_0^{\frac{\pi}{2}} e^{-jk_{xy} \cdot (\rho_{xy} - \rho'_{xy})} \\ &\quad F^{\text{TM}} \sin \theta d\theta d\phi \quad (2) \end{aligned}$$

ここで、 $\mathbf{r}' = (x', y', z')$ および $\mathbf{r} = (x, y, z)$ はそれぞれ波源と観測点の位置ベクトル、 $\mathbf{k} = (k_x, k_y, k_z)$ は自由空間の波数ベクトル、 $\mathbf{k}_{xy} = (k_x, k_y)$ 、 $\rho'_{xy} = (x', y')$ 、 $\rho_{xy} = (x, y)$ である。 $\hat{\phi}$ および $\hat{\theta}$ は、それぞれ球座標系における ϕ 方向および θ 方向の単位ベクトルである。 $\overline{\mathbf{G}}^{\text{D}}$ は、波源から観測点への直接波に対応する自由空間のダイアディックグリーン関数である。 $\overline{\mathbf{G}}^{\text{TE}}$ および $\overline{\mathbf{G}}^{\text{TM}}$ は、2次元無限周期構造からの反射波の TE 成分・TM 成分にそれぞれ対応するダイアディックグリーン関数の近似表現であり、Floquet の基本モードに対応する成分のみを含む表現である。 F^{TE} および F^{TM} はそれぞれ TE 波、TM 波の Propagation Factor と呼ばれる項であり、2次元無限周期構造の反射係数や波源と観測点の z 座標、位相基準面の高さなどを含む項である。このように、2次元無限周期構造のある空間におけるダイアディックグリーン関数の近似表現は、波源からの直接波と2次元無限周期構造からの反射波の重ね合わせで表され

る。なお、Propagation Factor, (1) 式および (2) 式の導出は、文献 [39] を参考にされたい。

2次元無限周期構造のある空間におけるダイアディックグリーン関数の近似表現を電界積分方程式に代入してモーメント法を適用すると、2次元無限周期構造上にある波源と観測点の間にある自己/相互インピーダンスは以下のように表現される。

$$\begin{aligned} Z_{ij} &= j\omega\mu_0 \iint_S \iint_{S'} \mathbf{f}_i(\mathbf{r}') \cdot \overline{\mathbf{G}}(\mathbf{r}, \mathbf{r}') \cdot \mathbf{f}_j(\mathbf{r}) d\mathbf{r}' d\mathbf{r} \\ &= Z_{ij}^{\text{D}} + Z_{ij}^{\text{TE}} + Z_{ij}^{\text{TM}} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} Z_{ij}^{\text{D}} &= j\omega\mu_0 \iint_S \iint_{S'} \mathbf{f}_i(\mathbf{r}') \cdot \overline{\mathbf{G}}^{\text{D}}(\mathbf{r}, \mathbf{r}') \cdot \mathbf{f}_j(\mathbf{r}) d\mathbf{r}' d\mathbf{r} \\ &= j\omega\mu_0 \iint_S \iint_{S'} \mathbf{f}_i(\mathbf{r}') \cdot \left(\overline{\mathbf{I}} + \frac{\nabla \nabla}{k_0^2} \right) \\ &\quad \frac{e^{-jk_0|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|}}{4\pi|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|} \cdot \mathbf{f}_j(\mathbf{r}) d\mathbf{r}' d\mathbf{r} \quad (3) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} Z_{ij}^{\text{TE}} &= j\omega\mu_0 \iint_S \iint_{S'} \mathbf{f}_i(\mathbf{r}') \cdot \overline{\mathbf{G}}^{\text{TE}}(\mathbf{r}, \mathbf{r}') \cdot \mathbf{f}_j(\mathbf{r}) d\mathbf{r}' d\mathbf{r} \\ &\approx \frac{\omega\mu_0 k_0}{8\pi^2} \int_0^{2\pi} \int_0^{\frac{\pi}{2}} \left\{ \int_S e^{-j(\mathbf{k}_{xy} \cdot \rho_{xy} + k_z z)} (\mathbf{f}_j(\mathbf{r}) \cdot \hat{\phi}) d\mathbf{r} \right\} \\ &\quad \Gamma_{z=d}^{\text{TE}}(\theta, \phi) \left\{ \int_{S'} e^{j(\mathbf{k}_{xy} \cdot \rho'_{xy} - k_z z')} (\mathbf{f}_i(\mathbf{r}') \cdot \hat{\phi}) d\mathbf{r}' \right\} \\ &\quad \sin \theta d\theta d\phi \quad (4) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} Z_{ij}^{\text{TM}} &= \frac{j\omega\mu_0}{k_0^2} \iint_S \iint_{S'} \mathbf{f}_i(\mathbf{r}') \cdot \overline{\mathbf{G}}^{\text{TM}}(\mathbf{r}, \mathbf{r}') \cdot \mathbf{f}_j(\mathbf{r}) d\mathbf{r}' d\mathbf{r} \\ &\approx \frac{\omega\mu_0 k_0}{8\pi^2} \int_0^{2\pi} \int_0^{\frac{\pi}{2}} \left\{ \int_S e^{-j(\mathbf{k}_{xy} \cdot \rho_{xy} + k_z z)} (\mathbf{f}_j(\mathbf{r}) \cdot \hat{\theta}) d\mathbf{r} \right\} \\ &\quad \Gamma_{z=d}^{\text{TM}}(\theta, \phi) \left\{ \int_{S'} e^{j(\mathbf{k}_{xy} \cdot \rho'_{xy} - k_z z')} (\mathbf{f}_i(\mathbf{r}') \cdot \hat{\theta}) d\mathbf{r}' \right\} \\ &\quad \sin \theta d\theta d\phi \quad (5) \end{aligned}$$

ここで、 $\mathbf{f}_i(\mathbf{r}')$ および $\mathbf{f}_j(\mathbf{r})$ は、それぞれ第 i 波源の電流を展開する基底関数、第 j 観測点の電流を展開する試行関数である。 S' および S は、それぞれ $\mathbf{f}_i(\mathbf{r}')$ と $\mathbf{f}_j(\mathbf{r})$ が定義されている部分の領域である。ダイアディックグリーン関数の近似表現が平面波展開の形で表現されているので、(4) 式および (5) 式の表現では、 S' および S に関する空間領域の積分が完全に分離された形になっている。なお、直接波の寄与については、(3) 式から分かる通りエヴァネッセント波の寄与まで考慮することができる。

3. 提案法による数値計算例

ここでは提案法による数値計算例を示す。図2に示すような、無限の板状ダイポールアレーからなる周波数選択板の上には、ダイポールアンテナを置いた構造を例にとる。無限の板状ダイポールアレーからなる周波数選択板は、いわゆる帯域阻止の周波数選択板であることが知られており、特定の周波数の電磁波を反射し、それ以外の周波数の電磁波は透過する [33]。反射板の代わりにアンテナ直下へ周波数選択板を配置したこのような構造は、アンテナのレーダー散乱断面積を低減させたり、アン

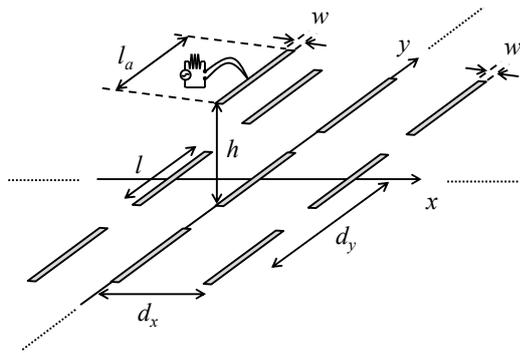


図2 無限の板状ダイポールアレイからなる周波数選択板上にあるダイポールアンテナ。

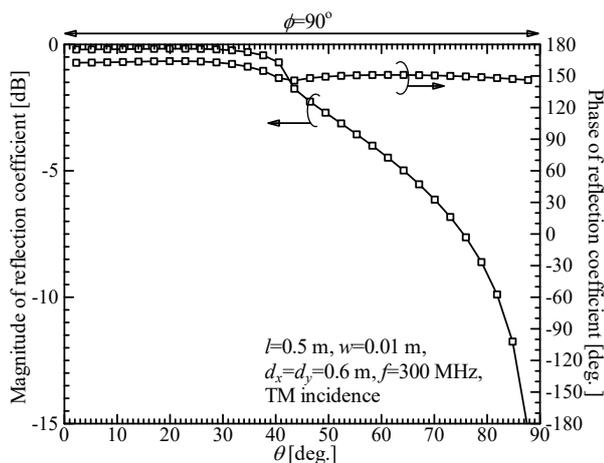


図3 周波数選択板の反射係数の角度特性の一例 (yz 面, E_θ (TM 入射), $f = 300$ MHz)。

テナを多帯域で動作させるために用いられる [42]-[45]。

まず、このような周波数選択板の反射係数の角度特性を、周期グリーン関数を用いたモーメント法によって求めた。基底関数と試行関数には RWG 関数を用い、波源での特異性は L'Hospital の定理を用いて除去した [4], [46], [47]。最適なパラメータを与えた Ewald 変換を用い、周期グリーン関数の収束性を改善した [48]-[50]。

周期グリーン関数を用いて得られた周波数選択板の $f = 300$ MHz における反射係数の角度特性の一例を図 3 に示す。 yz 面の入射角 $\theta = 0 \sim 40^\circ$ 程度の範囲では反射係数の振幅が 1 で、位相がほぼ 180° となっているので、この周波数選択板はこのときあたかも反射板のように振る舞うことが分かる。その一方で、 yz 面の入射角 $\theta > 40^\circ$ 程度の範囲では、反射係数の振幅が入射角 θ に対して徐々に減少していくので、この周波数選択板はこのときあたかも透明であるかのように振る舞うことが分かる。

このような周波数選択板の上に載せたダイポールアンテナの入力インピーダンスの周波数特性を図 4 に、指向性利得の角度特性を図 5 にそれぞれ示す。図 4 には、従来法で求めた周波数選択板のないアンテナの入力インピーダンスと、 7×7 の有限の周波数選択板上に置いたアンテナの入力インピーダンスも参考のために示している。図 4 から、提案法で得られたアンテナの入力インピーダンスは、 7×7 の有限の周波数選択板上に置いた

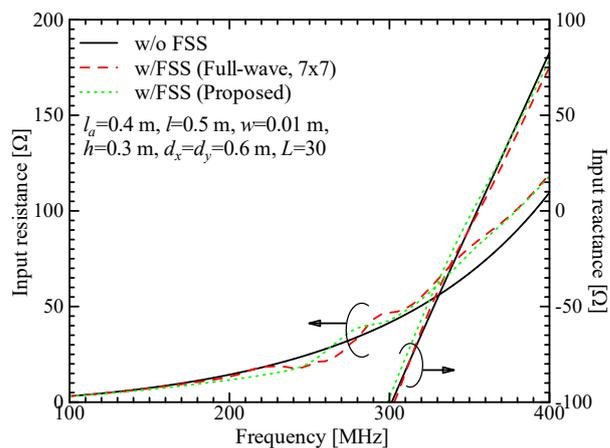


図4 入力インピーダンスの周波数特性。

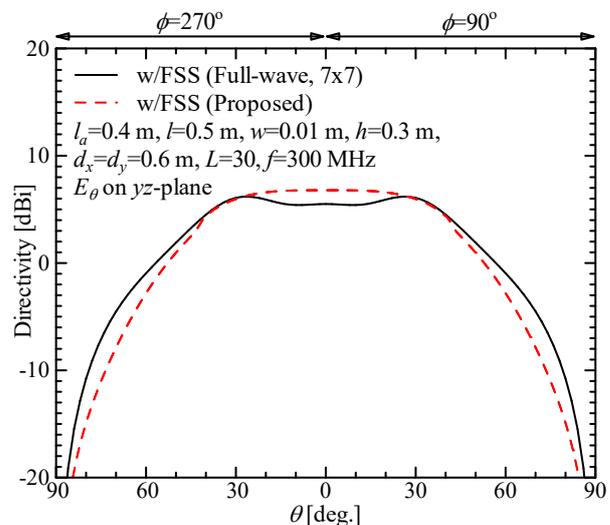


図5 指向性利得の角度特性 (yz 面, E_θ)。

アンテナの入力インピーダンスと比較的によく一致していることが分かる。周波数選択板からの反射波の影響で、特に実部の周波数特性にリップルが見られるが、その様子も比較的よく一致している。もちろん、提案法では無限の周波数選択板上にあるアンテナの数値解析を行っているのに対して、従来法では有限の周波数選択板上にあるアンテナの数値解析を行っており、厳密には数値解析のモデルがそれぞれ異なるため、これらの結果は必ずしも一致するとは限らないことに注意が必要である。図 5 の指向性利得も、提案法で得られたアンテナの指向性利得は、従来法で求めた 7×7 の有限の周波数選択板上に置いたアンテナのそれと概形がよく一致している。本アンテナでは、 $f = 300$ MHz において $\theta = 0$ に近い方向でアンテナからの放射波と周波数選択板からの反射波が概ね強め合うような構造になっているが、その様子が指向性にも表れており、7 dBi 程度の利得が得られていることが分かる。

前述の通り、提案法は周波数選択板を 2 次元無限周期構造とみなし、メッシュフリーでモデリングするので、モーメント法による数値解析の際にメッシュに分割するのはアンテナ部分だけであり、その分割数は $N = 11$ である。その一方で、従来法は周波数選択板を 2 次元有限周期構造としてメッシュに分割

してモデリングするので、モーメント法による数値解析の際にメッシュに分割するのはアンテナ部分と周波数選択板部分の両方であり、その分割数は $N = 746$ である。その結果、提案法による周波数特性の数値解析に要する時間が約 5 秒程度だったのに対し、従来法では 60 秒程度の時間が必要であった。提案法・従来法共に、計算時間がメッシュ分割数の 3 乗に比例するため、同じモデルを数値解析するのであれば、モデルが複雑かつ大規模になればなるほど、提案法の方が計算コストの観点で従来法より有利である。

以上のように、提案法によって無限周期構造上にあるアンテナの数値解析が、効率的かつ十分な精度で行えることが明らかとなった。

4. ま と め

本報告では、2次元無限周期構造のメッシュフリーモデリング法を提案し、それをモーメント法に応用した。提案法では、2次元無限周期構造からの電磁応答をその反射係数とグリーン関数形式で表現する。反射係数は数値的に、グリーン関数は解析的に導出し、それを組み合わせることで任意形状の散乱体から成る2次元無限周期構造のメッシュフリーモデリングを実現している。モーメント法による数値解析例を示し、提案法の有効性を精度と計算時間の観点から明らかにした。

謝辞 本研究成果の一部は JSPS 科研費 22K04061 の助成を受けて得られた。また、東北大学電気通信研究所共同プロジェクト研究会では本研究に関する有益な議論を行ったので、関係各位に謝意を表する。

文 献

- [1] R. F. Harrington, *Field Computation by Moment Methods*, Macmillan, New York, 1968.
- [2] J. H. Richmond and N. H. Geary, "Mutual impedance of nonplanar-skew sinusoidal dipoles," *IEEE Trans. Antennas Propag.*, vol. AP-23, no. 3, pp. 412-414, May 1975.
- [3] C. W. Chuang, J. H. Richmond, N. Wang, and P. H. Pathak, "New expressions for mutual impedance of nonplanar-skew sinusoidal monopoles," *IEEE Trans. Antennas Propag.*, vol. 38, no. 2, pp. 275-276, Feb. 1990.
- [4] S. M. Rao, D. R. Wilton, and A. W. Glisson, "Electromagnetic scattering by surfaces of arbitrary shape," *IEEE Trans. Antennas Propag.*, vol. AP-30, no. 3, pp. 409-418, May 1982.
- [5] D. H. Schaubert, D. R. Wilton, and A. W. Glisson, "A tetrahedral modeling method for electromagnetic scattering by arbitrarily shaped inhomogeneous dielectric bodies," *IEEE Trans. Antennas Propag.*, vol. AP-32, no. 1, pp. 77-85, Jan. 1984.
- [6] J. H. Richmond, "A wire-grid model for scattering by conducting bodies," *IEEE Trans. Antennas Propag.*, vol. 14, no. 6, pp. 782-786, Nov. 1966.
- [7] 佐藤 和夫, 松本 一弘, 藤本 京平, 平沢 一紘, "直方導体に取り付けられた平板逆 F アンテナの特性," *信学論 (B)*, vol. J71-B, no. 11, pp. 1237-1243, 1988 年 11 月.
- [8] J. T. Mayhan, "Characteristic modes and wire grid modeling," *IEEE Trans. Antennas Propag.*, vol. 38, no. 4, pp. 457-469, April 1990.
- [9] 越智 久晃, 山本 悦治, 陳 強, 澤谷 邦男, "線状と板状の導体で構成されたアンテナ系のモーメント法解析," *信学論 (B-II)*, vol. J79-B-II, no. 9, pp. 566-573, 1996 年 9 月.
- [10] G. P. Junker, A. A. Kishk, and A. W. Glisson, "A novel delta gap source model for center fed cylindrical dipoles," *IEEE Trans. Antennas Propag.*, vol. 43, no. 5, pp. 537-540, May 1995.
- [11] Q. Chen, Q. Yuan, and K. Sawaya, "Accurate source model for MoM analysis of linear antennas by using sinusoidal reaction matching technique," *IEICE Trans. Commun.*, vol. E86-B, no. 2, pp. 870-872, Feb. 2003.
- [12] L. L. Tsai, "A numerical solution for the near and far fields of an annular ring of magnetic current," *IEEE Trans. Antennas Propag.*, vol. AP-20, no. 5, pp. 569-576, Sept. 1972.
- [13] C. M. Butler, "The equivalent radius of a narrow conducting strip," *IEEE Trans. Antennas Propag.*, vol. AP-30, no. 4, pp. 755-758, July, 1982.
- [14] N. Haga, J. Chakarothai, and K. Konno, "Circuit Modeling of Wireless Power Transfer System in the Vicinity of Perfectly Conducting Scatterer," *IEICE Trans. Commun.*, vol. E103-B, no. 12, pp. 1411-1420, Dec. 2020.
- [15] N. Haga, J. Chakarothai, and K. Konno, "Circuit Modeling of a Wireless Power Transfer System Containing Ferrite Shields Using an Extended Impedance Expansion Method," *IEEE Trans. Microw. Theory Tech.*, vol. 70, no. 5, pp. 2872-2881, May 2022.
- [16] N. Haga, J. Chakarothai, and K. Konno, "Circuit Modeling of Near-Field Coupled Undersea Antennas Using Impedance Double Expansion Method," *IEEE Trans. Antennas Propag.*, vol. 72, no. 12, pp. 9378-9391, Dec. 2024.
- [17] K. Konno, Q. Chen, K. Sawaya, and T. Sezai, "Analysis of huge-scale periodic array antenna using impedance extension method," *IEICE Trans. Commun.*, vol. E92-B, no. 12, pp. 3869-3874, Dec. 2009.
- [18] K. Konno, Q. Chen, and K. Sawaya, "Quantitative evaluation for computational cost of CG-FMM on typical wiregrid models," *IEICE Trans. Commun.*, vol. E93-B, no. 10, pp. 2611-2618, Oct. 2010.
- [19] K. Konno, Q. Chen, K. Sawaya, and T. Sezai, "Statistical analysis of huge-scale periodic array antenna including randomly distributed faulty elements," *IEICE Trans. Electron.*, vol. E94-C, no. 10, pp. 1611-1617, Oct. 2011.
- [20] K. Konno, Q. Chen, K. Sawaya, and T. Sezai, "Optimization of block size for CBFM in MoM," *IEEE Trans. Antennas Propag.*, vol. 60, no. 10, pp. 4719-4724, Oct. 2012.
- [21] K. Konno, H. Katsuda, K. Yokokawa, Q. Chen, K. Sawaya, and Q. Yuan, "Quantitative study of computing time of direct/iterative solver for MoM by GPU computing," *IEICE Commun. Express*, vol. 2, no. 8, pp. 359-364, 2013.
- [22] K. Konno and Q. Chen, "The numerical analysis of an antenna near a dielectric object using the higher-order characteristic basis function method combined with a volume integral equation," *IEICE Trans. Commun.*, vol. E97-B, no. 10, pp. 2066-2073, Oct. 2014.
- [23] N. K. Das and D. M. Pozar, "A generalized spectral-domain Green's function for multilayer dielectric substrates with application to multilayer transmission lines," *IEEE Trans. Microw. Theory Tech.*, vol. MTT-35, no. 3, pp. 326-335, March, 1987.
- [24] W. C. Chew, J. L. Xiong, and M. A. Saville, "A matrix-friendly formulation of layered medium Green's function," *IEEE Antennas Wireless Propag. Lett.*, vol. 5, pp. 490-494, 2006.
- [25] Y. P. Chen, J. L. Xiong, and W. C. Chew, "A mixed-form thin-stratified medium fast-multipole algorithm for both low and mid-frequency problems," *IEEE Trans. Antennas Propag.*, vol. 59, no. 6, pp. 2341-2349, June 2011.
- [26] Y. P. Chen, W. C. Chew, and L. Jiang, "A new Green's function formulation for modeling homogeneous objects in layered medium," *IEEE Trans. Antennas Propag.*, vol. 60, no. 10, pp. 4766-4776, Oct. 2012.
- [27] K. Konno, Q. Chen and R. J. Burkholder, "Fast Computation of Layered Media Green's Function via Recursive Taylor Expansion," *IEEE Antennas and Wireless Propag. Lett.*, vol. 16, pp. 1048-1051, 2017.
- [28] K. Konno, Q. Chen, and R. J. Burkholder, "Efficiency Improvement with a Recursive Taylor Expansion of Bessel Functions for Layered Media Green's Function," *Proc. IEEE AP-S Int. Symp.*, TH-A3.2A.3, pp. 1355-1356, July, 2017.
- [29] D. Sievenpiper, L. Zhang, R. F. J. Broas, N. G. Alexopolous, and E. Yablonovitch, "High-impedance electromagnetic surfaces with a forbidden frequency band," *IEEE Trans. Microw. Theory Tech.*, vol. 47, no. 11, pp. 2059-2074, Nov. 1999.
- [30] K. M. Shum, Q. Xue, C. H. Chan, and K. M. Luk, "Investigation of

- microstrip reflectarray using a photonic bandgap structure,” *Microw. Optical Technol. Lett.*, vol. 28, no. 2, pp. 114-116, Jan. 2001.
- [31] K. Konno, S. Terranova, Q. Chen, and G. Gradoni, “Generalised Impedance Model of Wireless Links Assisted by Reconfigurable Intelligent Surfaces,” *IEEE Trans. Antennas Propag.*, vol. 72, no. 10, pp. 7691-7699, Oct. 2024 (Open Access).
- [32] M. G. Floquet, “Sur les équations différentielles linéaires à coefficients périodiques,” *Annale École Normale Supérieure*, pp. 47-88, 1883.
- [33] B. A. Munk, *Frequency Selective Surfaces: Theory and Design*, New York, NY, USA: Wiley, 2000.
- [34] F. Capolino, D. R. Jackson, and D. R. Wilton, “Fundamental properties of the field at the interface between air and a periodic artificial material excited by a line source,” *IEEE Trans. Antennas Propag.*, vol. 53, no. 1, pp. 91-99, Jan. 2005.
- [35] F. Capolino, D. R. Jackson and D. R. Wilton, “Mode excitation from sources in two-dimensional EBG waveguides using the array scanning method,” *IEEE Microw. Wireless Comp. Lett.*, vol. 15, no. 2, pp. 49-51, Feb. 2005.
- [36] R. Qiang, J. Chen, F. Capolino, D. R. Jackson, and D. R. Wilton, “ASM-FDTD: A technique for calculating the field of a finite source in the presence of an infinite periodic artificial material,” *IEEE Microw. Wireless Comp. Lett.*, vol. 17, no. 4, pp. 271-273, April 2007.
- [37] F. Capolino, D. R. Jackson, D. R. Wilton, and L. B. Felsen, “Comparison of methods for calculating the field excited by a dipole near a 2-D periodic material,” *IEEE Trans. Antennas Propag.*, vol. 55, no. 6, pp. 1644-1655, June 2007.
- [38] T. Uno, T. Arima, and A. Kurahara, “FDTD modeling of nonperiodic antenna located above metasurface using surface impedance boundary condition,” *EPJ Appl. Metamat.*, vol. 6, no. 17, pp. 1-7, July 2019.
- [39] K. Konno, N. Haga, J. Chararothai, Q. Chen, N. Nakamoto, and T. Takahashi, “A Novel Method of Moments for Numerical Analysis of Antennas Over 2-D Infinite Periodic Array of Scatterers,” *IEEE Trans. Antennas Propag.*, vol. 72, no. 1, pp. 50-60, Jan. 2024.
- [40] K. Konno and Q. Chen, “Efficient Modeling of Two-Dimensional Infinite Periodic Structures and Its Application to Method of Moments,” *Proc. ACES-China*, pp. 1-3, Aug. 2024 (Invited).
- [41] K. Konno and Q. Chen, “Numerical Analysis of Finite Antennas Over Two-Dimensional Infinite Periodic Structures Using Method of Moments,” *Proc. ICEAA2024*, p. 43, Sept. 2024 (Invited).
- [42] S. Genovesi, F. Costa and A. Monorchio, “Low-profile array with reduced radar cross section by using hybrid frequency selective surfaces,” *IEEE Trans. Antennas Propag.*, vol. 60, no. 5, pp. 2327-2335, May 2012.
- [43] Y. Chen, L. Chen, H. Wang, X. -T. Gu and X. -W. Shi, “Dual-band crossed-dipole reflectarray with dual-band frequency selective surface,” *IEEE Antennas Wireless Propag. Lett.*, vol. 12, pp. 1157-1160, 2013.
- [44] M. Pazokian, N. Komjani and M. Karimpour, “Broadband RCS reduction of microstrip antenna using coding frequency selective surface,” *IEEE Antennas Wireless Propag. Lett.*, vol. 17, no. 8, pp. 1382-1385, Aug. 2018.
- [45] W. Li, Y. Wang, S. Sun and X. Shi, “An FSS-backed reflection/transmission reconfigurable array antenna,” *IEEE Access*, vol. 8, pp. 23904-23911, 2020.
- [46] I. Stevanović and J. R. Mosig, “Periodic Green’s function for skewed 3-D lattices using the Ewald transformation,” *Microw. Opt. Tech. Lett.*, vol. 49, no. 6, pp. 1353-1357, Jun. 2007.
- [47] J. Su, X.-W. Xu, M. He, and K. Zhang, “Integral-equation analysis of frequency selective surfaces using Ewald transformation and lattice symmetry” *Prog. Electromagn. Res.*, vol. 121, pp. 249-269, 2011.
- [48] P. P. Ewald, “Dispersion und Doppelbrechung von Elektronengittern (Kristallen),” *Dissertation, München*, 1912, also *Ann. Phys.* 49, p. 1, 1916.
- [49] P. P. Ewald, “Die Berechnung optischer und elektrostatischer Gitterpotentiale,” *Ann. Phys.* 64, pp. 253-287, 1921.
- [50] K. E. Jordan, G. R. Richter, and P. Sheng, “An efficient numerical evaluation of the Green’s function for the Helmholtz operator on periodic structures,” *J. Comp. Phys.*, vol. 63, pp. 222-235, 1986.