

インピーダンス二重展開法による海中無線電力伝送用結合器の回路モデリング

羽賀 望[†] チャカロタイジエドヴィスノブ^{††} 今野 佳祐^{†††}

[†] 豊橋技術科学大学 電気・電子情報工学系 〒441-8580 愛知県豊橋市天伯町雲雀ヶ丘 1-1

^{††} 情報通信研究機構 電磁波研究所 〒184-8795 東京都小金井市貫井北町 4-2-1

^{†††} 東北大学大学院 工学研究科 通信工学専攻 〒980-8579 宮城県仙台市青葉区荒巻字青葉 6-6-05

E-mail: [†]haga.nozomi.ok@tut.jp, ^{††}jerd@nict.go.jp, ^{†††}keisuke.konno.b5@tohoku.ac.jp

あらまし 海中無線電力伝送用結合器は、自由空間中のものと同様に、電界結合方式と磁界結合方式に大別される。その両方式に適用できる回路モデリング手法として開発されたものがインピーダンス二重展開法であり、従来より提案してきたインピーダンス展開法の拡張版にあたる。本稿では、このインピーダンス二重展開法により海中無線電力伝送用結合器の回路モデリングを行い、その動作メカニズムの考察を行った例を紹介する。

キーワード インピーダンス展開法、モーメント法、無線電力伝送

Circuit Modeling of Couplers for Undersea Wireless Power Transfer Using Impedance Double Expansion Method

Nozomi HAGA[†], Jerdvisanop CHAKAROTHAI^{††}, and Keisuke KONNO^{†††}

[†] Department of Electrical and Electronic Information Engineering, Toyohashi University of Technology 1-1 Hibirigaoka, Tenpaku-cho, Toyohashi, Aichi, 441-8580 Japan

^{††} Radio Research Institute, National Institute of Information and Communication Technology 4-2-1 Nukui-kitamachi, Koganei, Tokyo, 184-8795 Japan

^{†††} Communications Engineering, Graduate School of Engineering, Tohoku University 6-6-05 Aramaki Aza Aoba, Aoba-ku, Sendai, Miyagi, 980-8579 Japan

E-mail: [†]haga.nozomi.ok@tut.jp, ^{††}jerd@nict.go.jp, ^{†††}keisuke.konno.b5@tohoku.ac.jp

Abstract Couplers for undersea wireless power transfer (WPT) can be broadly classified into electric and magnetic coupling types, as well as those in free space. The impedance double expansion method (IDEM) was developed as a circuit modeling technique applicable to both types of couplers, and is an extended version of the impedance expansion method proposed previously. This paper introduces examples of circuit modeling of couplers for undersea WPT using the IDEM and a discussion of their operating mechanisms.

Key words Impedance expansion method, method of moments, wireless power transfer

1. まえがき

無線電力伝送 (wireless power transfer, WPT) システムにおける電子回路と結合器を一体的に設計する上で、結合器の回路モデリングは有効である [1]。WPT 用結合器は電界結合方式と磁界結合方式に大別され、この区分は海中 WPT システムにおいても同様であるが、腐食を防ぐために低損失誘電体のカバーを有するなど複雑な構造となる傾向にある。このうち、電界結合方式の結合器は主に電極であり、その回路モデリングにおいては、平行平板電極間のコンダクタンスを求めるための

公式がしばしば用いられる [2], [3]。しかしながら、この方法は低損失誘電体や任意形状電極を扱う上で限界がある。一方、磁界結合方式の結合器は主にコイルであり、その自己/相互インダクタンスを求めるために、ノイマンの公式がしばしば用いられる [4], [5]。しかしながら、この方法を海水と低損失誘電体が混在する場合に適用することの理論的根拠は不明確であった。また、海水における渦電流損失を回路モデルで表現するための確立された方法は存在していなかった。例えば、回路モデルにコイルの電流と海水の渦電流の誘導結合を含めることで渦電流損失の周波数特性を表現した報告があるもの

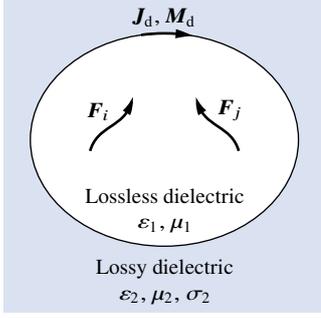


図1 損失性誘電体に埋没した無損失誘電体内部の基底関数 F_i, F_j

の [6], その素子定数を求める方法は不明確であった。

したがって、電界結合方式と磁界結合方式の両方の結合器に適用でき、かつ海水と低損失誘電体の混在系を扱える回路モデリング手法が必要となる。その候補の一つがインピーダンス展開法 (impedance expansion method, IEM) [7],[8] であり、これはモーメント法 (method of moments, MoM) [9] におけるインピーダンス行列を複素角周波数についてローラン級数展開することに基礎を置く。これまで、IEM は導体や誘電・磁性体による散乱電磁界を考慮できるように拡張されてきたが [10],[11], 散乱体を無損失と近似していたため、損失の大きな媒質は扱えなかった。本研究は、IEM をさらに拡張し、海水や人体などの損失性誘電体を扱えるようにするものである。従来の IEM では係数行列を複素角周波数について直接ローラン級数展開していたのに対して、この拡張された手法では係数行列をまず伝搬定数に関して展開し、さらに複素角周波数について展開する。この特徴から、拡張された手法をインピーダンス二重展開法 (impedance double expansion method, IDEM) と呼ぶ [12],[13]。本稿では、この IDEM を海中ループ結合器に応用した例を紹介し、これが [6] で提案されたモデルの理論的根拠を与えることを示す。

本稿の構成は以下のとおりである。2. では IDEM の理論を解説し、3. では海中ループ結合器に関する数値例を示す。最後に 4. にて本稿をまとめる。

2. 理 論

2.1 概 要

図1のように、結合器の電流を表すための基底関数 F_i, F_j が無損失誘電体 (誘電率 ϵ_1 , 透磁率 μ_1) に内包され、その外側が体積無限大の損失性誘電体 (誘電率 ϵ_2 , 透磁率 μ_2 , 導電率 σ_2) となっているものとする。また、 J_d, M_d をそれぞれ両誘電体の境界上の表面等価電流、表面等価磁流とする。 F_i, F_j 間の自己/相互インピーダンスを複素角周波数 s に関してローラン級数展開することで、結合器の回路モデルが得られる。例えば、 s^{-1}, s^0, s に比例するインピーダンス成分は、それぞれキャパシタ、抵抗、インダクタにより表される。

F_i, F_j 間の自己/相互インピーダンス Z_{ij} は、以下のように分解できる。

$$Z_{ij} = Z_{ij}^{\text{fs}} + Z_{ij}^{\text{sc}} \quad (1)$$

ただし、 Z_{ij}^{fs} は全空間が無損失誘電体で満たされていると仮定した場合の成分 (自由空間成分) であり、以下のように展開できる [10],[11]。

$$Z_{ij}^{\text{fs}} = \sum_{k=-1}^{\infty} s^k Z_{ij}^{\text{fs}(k)} \quad (2)$$

ただし、 $Z_{ij}^{\text{fs}(k)}$ は s^k に対する係数であり、一般に $Z_{ij}^{\text{fs}(0)} = 0$ となる。また、 F_i と F_j のいずれかが発散なしであれば、 $Z_{ij}^{\text{fs}(-1)} = Z_{ij}^{\text{fs}(2)} = 0$ となる。一方、 Z_{ij}^{sc} は周囲の損失性誘電体からの散乱電磁界の寄与を表す成分 (散乱成分) であり、以下の手順で求められる。

(1) $I_j F_j$ を波源電流としたときに誘導される等価電磁流 J_d, M_d を $s^{1/2}$ に関するテイラー/ローラン級数の形で求める。

(2) J_d, M_d により生じる散乱電界を $s^{1/2}$ に関するローラン級数の形で求め、これを F_i で試行する。

その結果、 Z_{ij}^{sc} は以下の形で求まる。

$$Z_{ij}^{\text{sc}} = \sum_{k=-2}^{\infty} s^{k/2} Z_{ij}^{\text{sc}(k/2)} \quad (3)$$

ただし、 $Z_{ij}^{\text{sc}(k/2)}$ は $s^{k/2}$ に対する係数であり、一般に $Z_{ij}^{\text{sc}(-1/2)} = Z_{ij}^{\text{sc}(1/2)} = 0$ となる。また、 F_i, F_j のいずれかが発散なしであれば、 $Z_{ij}^{\text{sc}(-1)} = Z_{ij}^{\text{sc}(0)} = Z_{ij}^{\text{sc}(3/2)} = 0$ となる。[10],[11] における Z_{ij}^{sc} が式 (2) と同様に s の整数乗のみを含む形に展開されるのに対して、IDEM によるそれは半整数乗を含む形となり、これは外部誘電体の導電性によるものである。また、 F_i, F_j が発散ありの場合に直流抵抗成分 $Z_{ij}^{\text{sc}(0)}$ が現れることと、 F_i, F_j のいずれかが発散なしでも二次成分 $Z_{ij}^{\text{sc}(2)}$ が非ゼロとなることは特筆すべきであり、このうち後者は渦電流損失を表す。

2.2 等価電磁流に対する行列方程式

電流 $I_j F_j$ により誘導される J_d, M_d を求めるため、[11] と同様に Poggio-Miller-Chang-Harrington-Wu-Tsai (PMCHWT) 積分方程式 [15] を離散化する。係数行列のランク落ちを回避するため、 J_d, M_d をループ・スター基底関数 [16],[17] で以下のように展開する。

$$J_d = \sum_{j=1}^{N_*} I_j^* F_j^* + \sum_{j=1}^{N_o} I_j^o F_j^o \quad (4)$$

$$M_d = \sum_{j=1}^{N_*} V_j^* F_j^* + \sum_{j=1}^{N_o} V_j^o F_j^o \quad (5)$$

ただし、 F_j^*, I_j^*, V_j^* はそれぞれ j 番目のスター基底関数、スター電流係数、スター磁流係数である。一方、 F_j^o, I_j^o, V_j^o はそれぞれ j 番目のループ基底関数 (発散なし)、ループ電流係数、ループ磁流係数である。式 (4), (5) を両誘電体の境界上で満足される PMCHWT 積分方程式に代入し、ガラーキン法を適用すると、以下の行列方程式を得る。

$$\begin{bmatrix} \bar{Z}_{**} & \bar{U}_{*o} \\ \bar{U}_{o*} & -\bar{Y}_{oo} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{I}_* \\ \mathbf{V}_o \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \bar{Z}_{*o} & \bar{U}_{**} \\ \bar{U}_{oo} & -\bar{Y}_{o*} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{I}_o \\ \mathbf{V}_* \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} \mathbf{Z}_{*j} \\ \mathbf{U}_{oj} \end{bmatrix} I_j \quad (6)$$

$$\begin{bmatrix} \bar{Z}_{o*} & \bar{U}_{oo} \\ \bar{U}_{**} & -\bar{Y}_{*o} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{I}_* \\ \mathbf{V}_o \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \bar{Z}_{oo} & \bar{U}_{o*} \\ \bar{U}_{*o} & -\bar{Y}_{**} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{I}_o \\ \mathbf{V}_* \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} \mathbf{Z}_{oj} \\ \mathbf{U}_{*j} \end{bmatrix} I_j \quad (7)$$

ただし、 $\mathbf{I}_v, \mathbf{V}_v$ はそれぞれ $N_v \times 1$ の電流係数ベクトルと磁流係数ベクトルであり、その j 番目要素はそれぞれ I_j^v, V_j^v である ($v = \star, o$)。また、 $\bar{\mathbf{Z}}_{\tau v}, \bar{\mathbf{Y}}_{\tau v}, \bar{\mathbf{U}}_{\tau v}$ はそれぞれ $N_\tau \times N_v$ のインピーダンス行列、アドミタンス行列、及び伝達行列であり、その (i, j) 番目要素はそれぞれ F_i^τ, F_j^ν 間の自己/相互インピーダンス、自己/相互アドミタンス、伝達係数である ($\tau = \star, o$)。さらに、 $\mathbf{Z}_{\tau j}, \mathbf{U}_{\tau j}$ はそれぞれ $N_\tau \times 1$ のインピーダンスベクトルと伝達ベクトルであり、その i 番目要素はそれぞれ F_i^τ, F_j^ν 間の相互インピーダンスと伝達係数である。

2.3 行列とベクトルの展開

無損失散乱体を扱った [11] では、 $\bar{\mathbf{Z}}_{\tau v}, \bar{\mathbf{Y}}_{\tau v}, \bar{\mathbf{U}}_{\tau v}$ を直接 s に関するテイラー/ローラン級数に展開した。対照的に、IDEM ではそれらをまず伝搬定数に関して展開し、その (i, j) 番目要素は以下ようになる。

$$\left. \begin{aligned} [\bar{\mathbf{Z}}_{\tau v}]_{ij} &= \sum_{k=-1}^{\infty} (\zeta_1 \gamma_1^k + \zeta_2 \gamma_2^k) X(F_i^\tau, F_j^\nu, k) \\ [\bar{\mathbf{Y}}_{\tau v}]_{ij} &= \sum_{k=-1}^{\infty} \left(\frac{\gamma_1^k}{\zeta_1} + \frac{\gamma_2^k}{\zeta_2} \right) X(F_i^\tau, F_j^\nu, k) \\ [\bar{\mathbf{U}}_{\tau v}]_{ij} &= \sum_{k=0}^{\infty} (\gamma_1^k + \gamma_2^k) W(F_i^\tau, F_j^\nu, k) \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

ただし、 $\zeta_1 = \sqrt{\mu_1/\varepsilon_1}$, $\gamma_1 = s\sqrt{\varepsilon_1\mu_1}$ はそれぞれ無損失誘電体内の波動インピーダンスと伝搬定数である。また、 $\zeta_2 = \sqrt{s\mu_2/(\sigma_2 + s\varepsilon_2)}$, $\gamma_2 = \sqrt{(\sigma_2 + s\varepsilon_2)s\mu_2}$ はそれぞれ損失性誘電体における波動インピーダンスと伝搬定数である。さらに、 $X(F_i^\tau, F_j^\nu, k)$, $W(F_i^\tau, F_j^\nu, k)$ は F_i^τ, F_j^ν を含む積分であり、[11] におけるものと同様である。

ζ_2 が s に依存し、かつ γ_2 が s に線形比例でないため、式 (8) における ζ_2, γ_2^k を含む項を二項定理を用いて以下のように追加展開する。

$$\left. \begin{aligned} \zeta_2 \gamma_2^k &= \frac{(s\mu_2\sigma_2)^{(k+1)/2}}{\sigma_2} \sum_{l=0}^{\infty} \binom{(k-1)/2}{l} \left(\frac{s\varepsilon_2}{\sigma_2} \right)^l \\ \frac{\gamma_2^k}{\zeta_2} &= \sigma_2 (s\mu_2\sigma_2)^{(k-1)/2} \sum_{l=0}^{\infty} \binom{(k+1)/2}{l} \left(\frac{s\varepsilon_2}{\sigma_2} \right)^l \\ \gamma_2^k &= (s\mu_2\sigma_2)^{k/2} \sum_{l=0}^{\infty} \binom{k/2}{l} \left(\frac{s\varepsilon_2}{\sigma_2} \right)^l \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

これらはすべて、 $\omega\varepsilon_2 < \sigma_2$ において収束する ($\omega = \Im(s)$)。すなわち、損失性誘電体の誘電正接は 1 以上である必要がある。 $\zeta_1 = \sqrt{\mu_1/\varepsilon_1}$, $\gamma_1 = s\sqrt{\varepsilon_1\mu_1}$ 及び式 (9) を式 (8) に代入して整理すると、以下の展開表現を得る。

$$\left. \begin{aligned} \bar{\mathbf{Z}}_{\tau v} &= \sum_{k=-2}^{\infty} s^{k/2} \bar{\mathbf{Z}}_{\tau v}^{(k/2)}, \quad \bar{\mathbf{Y}}_{\tau v} = \sum_{k=-2}^{\infty} s^{k/2} \bar{\mathbf{Y}}_{\tau v}^{(k/2)} \\ \bar{\mathbf{U}}_{\tau v} &= \sum_{k=0}^{\infty} s^{k/2} \bar{\mathbf{U}}_{\tau v}^{(k/2)} \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

式 (10) に含まれる行列要素の具体的な表示式については、[12] の Appendix を参照されたい。

一方、[11] と同様に、式 (6), (7) における $\mathbf{Z}_{\tau j}, \mathbf{U}_{\tau j}$ を以下の

ように展開する。

$$\mathbf{Z}_{\tau j} = \sum_{k=-1}^{\infty} s^k \mathbf{Z}_{\tau j}^{(k)}, \quad \mathbf{U}_{\tau j} = \sum_{k=0}^{\infty} s^k \mathbf{U}_{\tau j}^{(k)} \quad (11)$$

式 (10) が s に関する半整数次成分を含むことに合わせ、式 (6), (7) における $\mathbf{I}_v, \mathbf{V}_v$ は以下のように展開する。

$$\mathbf{I}_v = \sum_{k=0}^{\infty} s^{k/2} \mathbf{I}_v^{(k/2)}, \quad \mathbf{V}_v = \sum_{k=-2}^{\infty} s^{k/2} \mathbf{V}_v^{(k/2)} \quad (12)$$

ただし、 $k < 2$ に対して $\mathbf{V}_\star^{(k/2)} = \mathbf{0}$ とする。

式 (10)~(12) を式 (6), (7) に代入し、 $s^{1/2}$ の次数が等しい項について等式を結ぶと、以下の式 (13), (14) を得る。

$$\left. \begin{aligned} \begin{bmatrix} \bar{\mathbf{Z}}_{\star\star}^{(-1)} & \bar{\mathbf{U}}_{\star o}^{(0)} \\ \mathbf{0} & -\bar{\mathbf{Y}}_{oo}^{(0)} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{I}_\star^{(k/2)} \\ \mathbf{V}_o^{(k/2-1)} \end{bmatrix} &= - \begin{bmatrix} \mathbf{Z}_{\star j}^{(k/2-1)} \\ \mathbf{U}_{oj}^{(k/2-1)} \end{bmatrix} I_j \\ &- \sum_{l=2}^k \begin{bmatrix} \bar{\mathbf{Z}}_{\star\star}^{(l/2-1)} & \bar{\mathbf{U}}_{\star o}^{(l/2)} \\ \bar{\mathbf{U}}_{o\star}^{(l/2-1)} & -\bar{\mathbf{Y}}_{oo}^{(l/2)} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{I}_\star^{(k/2-l/2)} \\ \mathbf{V}_o^{(k/2-l/2-1)} \end{bmatrix} \\ &- \sum_{l=4}^k \begin{bmatrix} \bar{\mathbf{Z}}_{\star\star}^{(l/2-1)} & \bar{\mathbf{U}}_{\star\star}^{(l/2-2)} \\ \bar{\mathbf{U}}_{oo}^{(l/2-1)} & -\bar{\mathbf{Y}}_{o\star}^{(l/2-2)} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{I}_o^{(k/2-l/2)} \\ \mathbf{V}_\star^{(k/2-l/2+1)} \end{bmatrix}, \quad k \geq 0 \end{aligned} \right\} \quad (13)$$

$$\left. \begin{aligned} \begin{bmatrix} \bar{\mathbf{Z}}_{oo}^{(1)} & \bar{\mathbf{U}}_{o\star}^{(0)} \\ \bar{\mathbf{U}}_{o\star}^{(0)} & -\bar{\mathbf{Y}}_{\star\star}^{(-1)} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{I}_o^{(k/2-1)} \\ \mathbf{V}_\star^{(k/2)} \end{bmatrix} &= - \begin{bmatrix} \mathbf{Z}_{oj}^{(k/2)} \\ \mathbf{U}_{\star j}^{(k/2-1)} \end{bmatrix} I_j \\ &- \sum_{l=0}^k \begin{bmatrix} \bar{\mathbf{Z}}_{o\star}^{(l/2)} & \bar{\mathbf{U}}_{oo}^{(l/2+1)} \\ \bar{\mathbf{U}}_{\star\star}^{(l/2-1)} & -\bar{\mathbf{Y}}_{\star o}^{(l/2)} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{I}_\star^{(k/2-l/2)} \\ \mathbf{V}_o^{(k/2-l/2-1)} \end{bmatrix} \\ &- \sum_{l=4}^k \begin{bmatrix} \bar{\mathbf{Z}}_{oo}^{(l/2)} & \bar{\mathbf{U}}_{o\star}^{(l/2-1)} \\ \bar{\mathbf{U}}_{\star o}^{(l/2-1)} & -\bar{\mathbf{Y}}_{\star\star}^{(l/2-2)} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{I}_o^{(k/2-l/2)} \\ \mathbf{V}_\star^{(k/2-l/2+1)} \end{bmatrix}, \quad k \geq 2 \end{aligned} \right\} \quad (14)$$

これらは [11] における式 (28), (29) に対応するが、各行列・ベクトルの中身は異なっている。

式 (13), (14) 左辺の未知ベクトルは以下の手順で求められる。まず、 $k=0$ を式 (13) に代入すると、次式を得る。

$$\begin{bmatrix} \bar{\mathbf{Z}}_{\star\star}^{(-1)} & \bar{\mathbf{U}}_{\star o}^{(0)} \\ \mathbf{0} & -\bar{\mathbf{Y}}_{oo}^{(0)} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{I}_\star^{(0)} \\ \mathbf{V}_o^{(-1)} \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} \mathbf{Z}_{\star j}^{(-1)} \\ \mathbf{0} \end{bmatrix} I_j \quad (15)$$

これを解くことで $\mathbf{I}_\star^{(0)}, \mathbf{V}_o^{(-1)}$ が求まる。 $\mathbf{V}_o^{(-1)} = \mathbf{0}$ となることは明らかであり、かつ $\mathbf{I}_\star^{(0)}$ は $\bar{\mathbf{Z}}_{\star\star}^{(-1)}, \mathbf{Z}_{\star j}^{(-1)}$ のみにより定まる。これは [10] で扱った完全導体の散乱体の場合と同様であり、損失性誘電体が静電界に対して完全導体のように振る舞うことを意味する。続いて、 $k=1$ を式 (13) に代入すると、次式を得る。

$$\begin{bmatrix} \bar{\mathbf{Z}}_{\star\star}^{(-1)} & \bar{\mathbf{U}}_{\star o}^{(0)} \\ \mathbf{0} & -\bar{\mathbf{Y}}_{oo}^{(0)} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{I}_\star^{(1/2)} \\ \mathbf{V}_o^{(-1/2)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ \mathbf{0} \end{bmatrix} \quad (16)$$

この解は明らかに $\mathbf{I}_\star^{(1/2)} = \mathbf{V}_o^{(-1/2)} = \mathbf{0}$ となる。 $k \geq 2$ に対しては、 $\mathbf{I}_\star^{(0)}, \dots, \mathbf{I}_\star^{(k/2-1)}, \mathbf{V}_o^{(-1)}, \dots, \mathbf{V}_o^{(k/2-2)}, \mathbf{I}_o^{(0)}, \dots, \mathbf{I}_o^{(k/2-2)}, \mathbf{V}_\star^{(1)}, \dots, \mathbf{V}_\star^{(k/2-1)}$ が既知ならば、式 (13) は $\mathbf{I}_\star^{(k/2)}, \mathbf{V}_o^{(k/2-1)}$ について解ける。そして、この $\mathbf{I}_\star^{(k/2)}, \mathbf{V}_o^{(k/2-1)}$ を用いて、式 (14) が $\mathbf{I}_o^{(k/2-1)}, \mathbf{V}_\star^{(k/2)}$ について解ける。これを $k=2, 3, \dots$ に対して逐次行うことで、展開された電流・磁流係数ベクトルが求まる。

2.4 散乱電界の試行

散乱成分 Z_{ij}^{sc} は、等価電磁流により生じる散乱電界 \mathbf{E}^{sc} を \mathbf{F}_i で試行することで、以下のように求まる。

$$\begin{aligned} Z_{ij}^{sc} &= -\frac{1}{I_j} \int_S \mathbf{F}_i \cdot \mathbf{E}^{sc} dS \\ &= \frac{1}{I_j} \left\{ \begin{bmatrix} \mathbf{Z}_{i\star} & \mathbf{U}_{i\circ} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{I}_\star \\ \mathbf{V}_\circ \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{Z}_{i\circ} & \mathbf{U}_{i\star} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{I}_\circ \\ \mathbf{V}_\star \end{bmatrix} \right\} \end{aligned} \quad (17)$$

ただし、 $\mathbf{Z}_{i\star}, \mathbf{U}_{i\star}$ はそれぞれ $1 \times N_\star$ のインピーダンスベクトルと伝達ベクトルであり、その j 番目要素はそれぞれ $\mathbf{F}_i, \mathbf{F}_j^v$ 間の相互インピーダンスと伝達係数である。[11] と同様に、式 (17) における $\mathbf{Z}_{i\star}, \mathbf{U}_{i\star}$ を以下のように展開する。

$$\mathbf{Z}_{i\star} = \sum_{k=1}^{\infty} s^k \mathbf{Z}_{i\star}^{(k)}, \quad \mathbf{U}_{i\star} = \sum_{k=0}^{\infty} s^k \mathbf{U}_{i\star}^{(k)} \quad (18)$$

式 (12), (18) を式 (17) に代入することで、式 (3) における $Z_{ij}^{sc(k/2)}$ は以下のように求まる。

$$\begin{aligned} Z_{ij}^{sc(k/2)} &= \frac{1}{I_j} \left\{ \sum_{l=2}^k \begin{bmatrix} \mathbf{Z}_{i\star}^{(l/2)} & \mathbf{U}_{i\circ}^{(l/2+1)} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{I}_\star^{(k/2-l/2)} \\ \mathbf{V}_\circ^{(k/2-l/2-1)} \end{bmatrix} \right. \\ &\quad \left. + \sum_{l=2}^k \begin{bmatrix} \mathbf{Z}_{i\circ}^{(l/2)} & \mathbf{U}_{i\star}^{(l/2-1)} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{I}_\circ^{(k/2-l/2)} \\ \mathbf{V}_\star^{(k/2-l/2+1)} \end{bmatrix} \right\} \end{aligned} \quad (19)$$

このようにして得られた式 (3) の級数は、無損失誘電体の大きさが周囲の損失性誘電体内の波長の 0.2 倍程度以下で、かつ誘電正接が 1 以上の場合に収束することが経験則としてわかっている [12]。

3. 数値例

図2のように、完全導体のワイヤ（半径 0.4 mm）からなるループ 1, 2 が、それぞれ導電率ゼロの純水カバー（ $\epsilon_{r1} = 80$ ）に内包されているものとする。これらのループとカバーはループの中心間を結ぶ線分を通る xy 面と xz 面について鏡面对称となっている。また、カバーの外側は海水（ $\epsilon_{r2} = 80, \sigma_2 = 4 \text{ S/m}$ ）とした。ループ 1, 2 の電流分布は、それぞれワイヤ軸に沿って均一な細線状基底関数 $\mathbf{F}_1, \mathbf{F}_2$ により表す。純水カバー表面のスター基底関数とループ基底関数の数は、それぞれ $N_\star = 2158, N_\circ = 2162$ とした。なお、基底関数の数をこの 4 倍としたときの回路素子定数の変化は 0.025% 以下となることを確認している。

$\mathbf{F}_1, \mathbf{F}_2$ はワイヤ軸に沿って均一、すなわち発散なしとしているため、 $Z_{ij}^{(-1)} = Z_{ij}^{(0)} = Z_{ij}^{(3/2)} = 0$ となる。したがって、ポート 1, 2 間の自己/相互インピーダンスを以下のように有限次のテイラー級数で近似する。

$$Z_{ij} \approx s Z_{ij}^{(1)} + s^2 Z_{ij}^{(2)} + s^{5/2} Z_{ij}^{(5/2)} \quad (20)$$

なお、 $Z_{ij}^{(2)}, Z_{ij}^{(5/2)}$ は散乱成分のみからなり、このうち前者は以下のように求まる。

$$Z_{ij}^{sc(2)} = \begin{bmatrix} \mathbf{Z}_{i\circ}^{(1)} & \mathbf{U}_{i\star}^{(0)} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{I}_\circ^{(1)} \\ \mathbf{V}_\star^{(2)} \end{bmatrix} \quad (21)$$

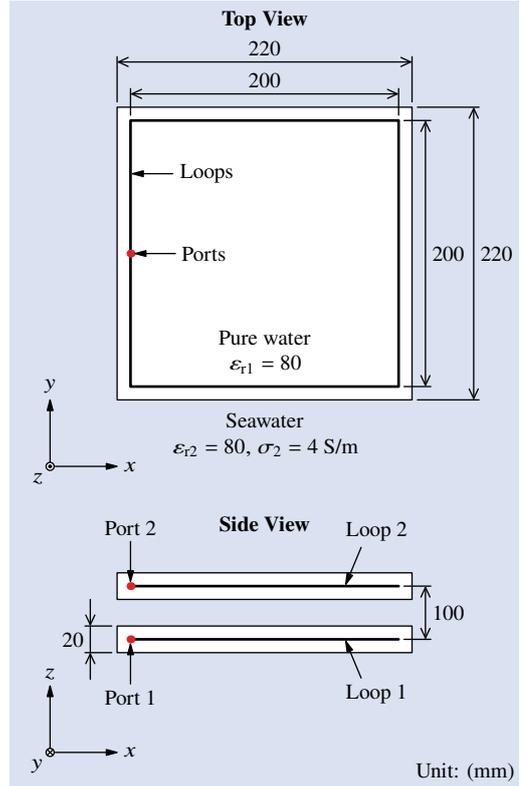


図2 純水カバー付き海中ループ結合器

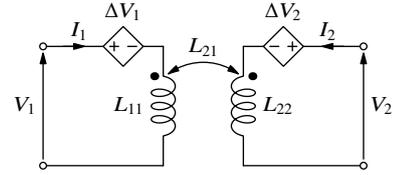


図3 海中ループ結合器の回路モデル

ただし、 $\mathbf{I}_\circ^{(1)}$ は $I_j \mathbf{F}_j$ により生じる準静磁界からファラデー則により誘導される渦電流であり、この渦電流が周波数に線形比例することは [14] でも示されている。式 (21) は、 $\mathbf{I}_\circ^{(1)}$ と \mathbf{F}_i が相互インダクタンス $\mathbf{Z}_{i\circ}^{(1)}$ により結合することで二次成分 $Z_{ij}^{sc(2)}$ となることを意味している。この解釈は、[6] における議論を理論的に裏打ちするものである。一方、 $Z_{ij}^{(5/2)}$ は等価磁気双極子モーメントの拡張された意味での放射抵抗と解釈できる [12]。なお、無損失媒質中における等価磁気双極子モーメントの放射抵抗は s^4 に比例する [8]。

図3は海中ループ結合器の回路モデルであり、図中の V_i, I_i はそれぞれポート i の電圧と電流を表す ($i = 1, 2$)。ただし、自己/相互インダクタンスは、以下のとおり s に比例するインピーダンス成分に相当する。

$$L_{ij} = Z_{ij}^{(1)} \quad (22)$$

また、従属電圧源は、以下のとおり $s^2, s^{5/2}$ に比例するインピーダンス成分による電圧降下を表す。

$$\Delta V_i = \sum_{j=1}^2 \left[s^2 Z_{ij}^{(2)} + s^{5/2} Z_{ij}^{(5/2)} \right] I_j \quad (23)$$

表1 海中ループ結合器の回路素子定数

	カバーあり	カバーなし
$L_{11} = L_{22}$ (H)	8.743×10^{-7}	8.708×10^{-7}
L_{21} (H)	1.670×10^{-7}	1.654×10^{-7}
$Z_{11}^{(2)} = Z_{22}^{(2)}$ ($\Omega \cdot s^2$)	-5.287×10^{-15}	-5.978×10^{-15}
$Z_{21}^{(2)}$ ($\Omega \cdot s^2$)	-4.992×10^{-15}	-5.506×10^{-15}
$Z_{11}^{(5/2)} = Z_{22}^{(5/2)}$ ($\Omega \cdot s^{5/2}$)	1.214×10^{-18}	1.202×10^{-18}
$Z_{21}^{(5/2)}$ ($\Omega \cdot s^{5/2}$)	1.214×10^{-18}	1.202×10^{-18}

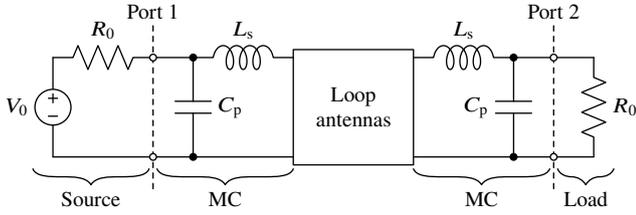


図4 電源、負荷、整合回路を装荷したループ結合器

なお、二次成分の寄与は受動素子のみにより近似することも可能である [8].

表1では、純水カバーがある場合とない場合における海中ループの回路素子定数を比較しており、そのうち後者は以下の式(24)~(26)のように表される.

$$L_{ij} = \mu_0 X(\mathbf{F}_i, \mathbf{F}_j, 1) \quad (24)$$

$$Z_{ij}^{(2)} = \mu_0^2 \sigma_2 X(\mathbf{F}_i, \mathbf{F}_j, 3) \quad (25)$$

$$Z_{ij}^{(5/2)} = \mu_0^{5/2} \sigma_2^{3/2} X(\mathbf{F}_i, \mathbf{F}_j, 4) \quad (26)$$

このうち、純水カバーがない場合のインダクタンスを表す式(24)には誘電率と導電率が含まれておらず、自由空間中におけるインダクタンスと同一となる。また、表1において、インダクタンスは純水カバーがある場合とない場合とでほぼ同一値となっており、これらが純水カバーの有無に関わらず従来のノイマンの公式で特定できることを意味している。一方、二次のインピーダンス成分は純水カバーの存在により減少しており、これにより渦電流損失を低減できることを示している。

続いて、図4のように電源、負荷、整合回路を装荷したループ結合器を評価する。なお、並列キャパシタ $C_p = 142.1$ nF と直列インダクタ $L_s = 39.05$ nH は、結合器が $R_0 = 50 \Omega$ の電源/負荷と 400 kHz でインピーダンス整合するよう選んだ。

図5に、反射係数 $|S_{11}|$ と伝達係数 $|S_{21}|$ の周波数特性を示す。なお、ここでは回路モデル、フルウェーブ MoM、及び有限差分時間領域 (finite-difference time-domain, FDTD) 法 [18] による結果を比較している。フルウェーブ MoM では、ワイヤの電流は IDEM で用いた均一な基底関数 $\mathbf{F}_1, \mathbf{F}_2$ に加え、126 個の区分一次基底関数で表した。一方、純水カバー表面の基底関数は IDEM で用いたものと同様とした。FDTD 法では、純水カバー内部のセルサイズを 2 mm として、カバーから離れるにしたがって最大 10 mm まで増加させた。計算領域の大きさは $0.5 \text{ m} \times 0.5 \text{ m} \times 0.5 \text{ m}$ とし、その外側を 64 層の完全整合層 (perfectly matched layer, PML) で囲った。3つの手法による結果はよく一致しており、これらの妥当性を示している。特に、

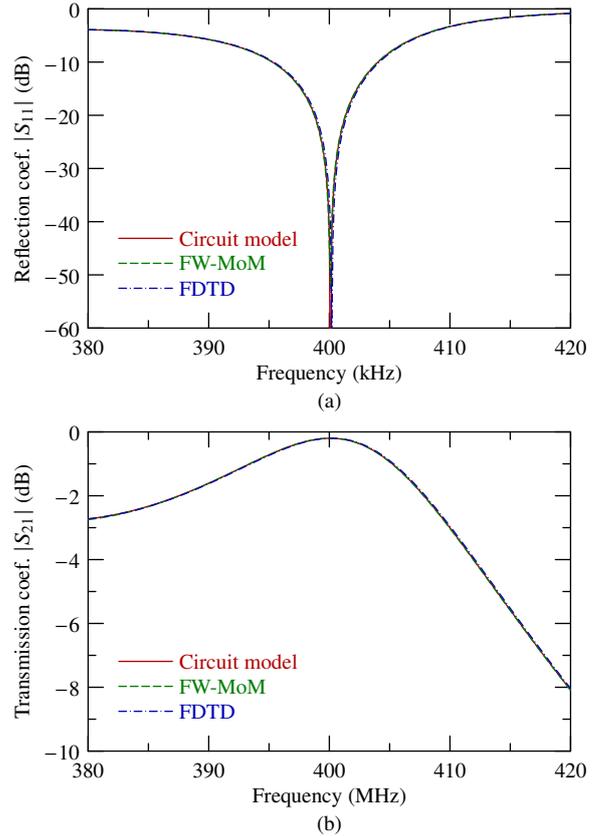


図5 (a) 反射係数 $|S_{11}|$ と (b) 伝達係数 $|S_{21}|$ の周波数特性

回路モデルを導出する上で各ループの電流分布を均一とする仮定はよい近似となることがわかる。また、図中には示していないが、インピーダンス成分 $Z_{ij}^{(5/2)}$ を無視しても S パラメータは殆ど変化しないことを確認している。つまり、今回無視している導体損失を除けば、海中ループ結合器における損失は、ほぼ二次のインピーダンス成分 $Z_{ij}^{(2)}$ で表される渦電流損失で占められると結論付けられる。

4. まとめ

本稿では、IDEM を損失性媒質を扱えるように拡張した IDEM を海中ループ結合器に応用した例を紹介した。IDEM の特徴は、モーメント法におけるインピーダンス行列をまず伝搬定数に関してローラン級数展開し、さらに複素角周波数 s に関して追加展開することにある。損失性誘電体による散乱電界の寄与を含む基底関数間の自己/相互インピーダンスは $s^{1/2}$ に関するローラン級数の形となる。この IDEM を純水カバーに内包された海中ループ結合器に適用した結果、海中ループ結合器の自己/相互インダクタンスは純水カバーの有無に関わらず自由空間を想定した従来のノイマンの公式で特定できることがわかった。また、回路モデルは整合回路を装荷した状態における S パラメータを精度良く近似できることが示された。さらに、 s^2 に比例するインピーダンス成分は渦電流損失を表し、低周波帯における損失は概ねこの渦電流損失で説明できることがわかった。この結論は、先行研究における議論を理論的に裏打ちするものである。

謝 辞

本研究は JSPS 科研費 19K04321 及び 23K03812 の助成を受けたものである。また、本研究は東北大学電気通信研究所共同プロジェクト研究により実施されたものである。

文 献

- [1] T. Nagashima, X. Wei, E. Bou, E. Alarcón, M. K. Kazimierczuk, and H. Sekiya, "Analysis and design of loosely inductive coupled wireless power transfer system based on class-E² DC-DC converter for efficiency enhancement," *IEEE Trans. Circuits Syst. I: Regular Papers*, vol. 62, no. 11, pp. 2781–2791 Nov. 2015, doi: 10.1109/TCSI.2015.2482338.
- [2] L. Yang, M. Ju, and B. Zhang, "Bidirectional undersea capacitive wireless power transfer system," *IEEE Access*, vol.7, pp.121046–121054, Aug. 2019. DOI:10.1109/ACCESS.2019.2937888
- [3] M. Tamura, K. Murai, and H. Matsukami, "Feasibility of electric double-layer coupler for wireless power transfer under seawater," *IEICE Trans. Electron.*, vol.E103-C, no.6, pp.308–316, June 2020. DOI:10.1587/transele.2019ECP5033
- [4] T. Orekan, P. Zhang, and C. Shih, "Analysis, design, and maximum power-efficiency tracking for undersea wireless power transfer," *IEEE J. Emerging Selected Topics Power Electron.*, vol. 6, no. 2, pp. 843–854, June 2018, doi: 10.1109/JESTPE.2017.2735964.
- [5] R. Hasaba, K. Okamoto, S. Kawata, K. Eguchi, and Y. Koyanagi, "Magnetic resonance wireless power transfer over 10 m with multiple coils immersed in seawater," *IEEE Trans. Microwave Theory Tech.*, vol. 67, no. 11, pp. 4505–4513, Nov. 2019, doi: 10.1109/TMTT.2019.2928291.
- [6] Y. Miyakozawa, T. Imura, and Y. Hori, "Frequency characteristics of wireless power transfer in seawater via magnetic resonant coupling," *2022 Asian Wireless Power Transfer Workshop*, Kyoto, Dec. 2022.
- [7] N. Haga and M. Takahashi, "Circuit modeling technique for electrically-very-small devices based on Laurent series expansion of self-/mutual impedances," *IEICE Trans. Commun.*, vol.E101-B, no.2, pp.555–563, Feb. 2018. DOI:10.1587/transcom.2017EBP3196
- [8] N. Haga and M. Takahashi, "Circuit modeling of a wireless power transfer system by eigenmode analysis based on the impedance expansion method," *IEEE Trans. Antennas Propag.*, vol.67, no.2, pp.1233–1245, Feb. 2019. DOI:10.1109/TAP.2018.2883632
- [9] R.F. Harrington, *Field Computation by Moment Methods*, New York, NY, USA: Macmillan, 1965.
- [10] N. Haga, J. Chakarothai, and K. Konno, "Circuit modeling of wireless power transfer system in the vicinity of perfectly conducting scatterer," *IEICE Trans. Commun.*, vol.E103-B, no.12, pp.1411–1420, Dec. 2020. DOI:10.1587/transcom.2019EBP3211
- [11] N. Haga, J. Chakarothai, and K. Konno, "Circuit modeling of a wireless power transfer system containing ferrite shields using an extended impedance expansion method," *IEEE Trans. Microwave Theory Tech.*, vol.70, no.5, pp.2872–2881, May 2022. DOI:10.1109/TMTT.2022.3149830
- [12] N. Haga, J. Chakarothai, and K. Konno, "Circuit modeling of near-field coupled undersea antennas using impedance double expansion method," *IEEE Trans. Antennas Propag.*, vol.72, no.12, pp.9378–9391, Dec. 2024. DOI:10.1109/TAP.2024.3485793
- [13] 羽賀望, チャカロタイジェドヴィスノブ, 今野佳祐, "インピーダンス二重展開法～海中ループ結合器の回路モデリングへの応用～," *信学技報*, vol.125, no.1, AP2025-10, pp.52–57, Apr. 2025.
- [14] J. Van Bladel, "Stevenson's method applied to good conductors," in *Electromagnetic Fields*, 2nd ed. Hoboken, NJ, USA: Wiley, 2007, ch. 13, sec. 10, pp. 711–715.
- [15] K. Umashankar, A. Taflove, and S.M. Rao, "Electromagnetic scattering by arbitrary shaped three-dimensional homogeneous lossy dielectric objects," *IEEE Trans. Antennas Propag.*, vol.34, no.6, pp.758–766, June 1986. DOI:10.1109/TAP.1986.1143894
- [16] S. Y. Chen, W. C. Chew, J. M. Song, and J. S. Zhao, "Analysis of low frequency scattering from penetrable scatterers," *IEEE Trans. Geosci. Remote Sens.*, vol.39, no.4, pp.726–735, Apr. 2001. DOI:10.1109/36.917883
- [17] S. Y. Chen, J. S. Zhao, and W. C. Chew, "Analyzing low-frequency electromagnetic scattering from a composite object," *IEEE Trans. Geosci. Remote Sens.*, vol.40, no.2, pp.426–433, Feb. 2002. DOI:10.1109/36.992806
- [18] K. Yee, "Numerical solution of initial boundary value problems involving Maxwell's equations in isotropic media," *IEEE Trans. Antennas Propag.*, vol.14, no.3, pp.302–307, May 1966. DOI:10.1109/TAP.1966.1138693