

誘電体に対するガラーキンモーメント法

——端部電荷を考慮した直方体モノポール間の自己・相互インピーダンスの単積分化——

陳 強^{†a)} ザイ フィチン[†] 袁 巧微[†] 澤谷 邦男[†]

Galerkin's Moment Method Analysis for Dielectric Scatterers

——Single Integral Expressions of Mutual Impedance between Sinusoidal Monopole Blocks with Consideration of End Point Charges——

Qiang CHEN^{†a)}, Huiqing ZHAI[†], Qiaowei YUAN[†], and Kunio SAWAYA[†]

あらまし 本論文では、電流セグメント間の自己・相互インピーダンスの一般式から、線状モノポールの端部電荷の有無による線状モノポール間の自己・相互インピーダンスの定式化を行い、端部電荷の有無と過去の研究で与えられた式との関係を数学と物理の両面から考察する。また、端部電荷を含めた線状モノポール間の自己・相互インピーダンスから、直方体モノポールセグメント間の自己・相互インピーダンスを導出し、更に式に含まれる五重積分を単積分に変形する。数値計算例を通して、定式化された直方体モノポールセグメント間の自己・相互インピーダンスの妥当性と計算時間の短縮化効果を検証している。最後に、誘電体を含めたアンテナのモーメント法解析を行い、本手法の妥当性と有効性を示している。

キーワード モーメント法, アンテナ, 数値解析, インピーダンス, 数値積分

1. ま え が き

モーメント法 (Method of Moments, MoM) は微分方程式や積分方程式を連立方程式に変形し、この方程式を数値的に解く方法であり、電磁界の数値解析では、アンテナや散乱導体の表面において電界が満たす積分方程式を連立方程式 (行列方程式) に変形し、これを数値的に解くことにより導体表面の電流を求めるために用いられる [1] ~ [3]。また、散乱体に誘電体が含まれる場合には、分極電流を三次元の展開関数を用いて展開し、誘電体中の分極電流を求める場合にも MoM が用いられ、この方法はブロックモデル法と呼ばれている [4] ~ [6]。

基底関数と重み関数に同じ関数を用いるモーメン

ト法はガラーキン法と呼ばれ、基底関数が少なくても計算精度が良いという優れた特徴をもっている [7]。Richmond らは、線状アンテナに対して、部分的正弦関数を基底関数と重み関数を用い、線状ダイポールセグメント間の自己・相互インピーダンスを単積分の形で定式化し、線状アンテナに適するガラーキン法を提案した [3], [8]。Richmond のモーメント法は、収束性が速く精度が高いという特徴をもっているため、アンテナや電磁界の数値解析、特に線状アンテナの解析によく用いられる手法である [7], [9], [10]。

マイクロストリップアンテナや、誘電体アンテナ、誘電体近傍に置かれるアンテナなどのような誘電体を含めた解析モデルに対して、モーメント法を適用する場合は、誘電体をセグメントに分割する必要がある。筆者らは誘電体を複数の直方体のダイポールブロックに分割し、部分的正弦関数の基底関数と重み関数を用いて、ガラーキン法を適用した [3], [11]。しかしながら、誘電体と真空の境界面では、誘電体中の分極電流の法線成分が有限の値をもつものに対し、分極電流の

[†] 東北大学大学院工学研究科電気通信工学専攻, 仙台市
Electrical and Communication Engineering, Graduate
School of Engineering, Tohoku University, Aramaki Aza
Aoba 6-6-05, Aoba-ku, Sendai-shi, 980-8579 Japan
a) E-mail: chenq@ecei.tohoku.ac.jp

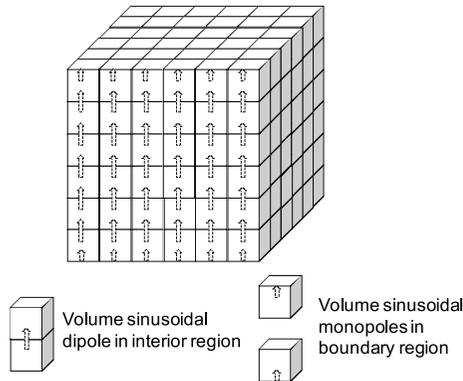


図 1 誘電体内部の分極電流の垂直成分を展開する内側のダイポールセグメントと表面におけるモノポールセグメント

Fig. 1 Dipole segments and monopole segments representing vertical components of equivalent polarized current in the interior of dielectric and at surface of dielectric, respectively.

展開関数としてダイポールセグメントを用いると、誘電体中の分極電流の法線成分が 0 となってしまう。そのため、図 1 に示すように、誘電体表面における法線方向の分極電流を展開する基底関数として誘電体表面に法線方向に向かうモノポールセグメントを配置する必要がある。したがって、誘電体を含む散乱・放射問題にモーメント法を適用するためには直方体のモノポールセグメント間の自己・相互インピーダンスを計算する必要があるが、その際に二つの問題を解決する必要がある。一つ目はモノポールセグメント端部に現れる電荷の寄与の取扱いであり、それを厳密に考慮する必要がある。しかしながら、これまでの線状モノポールに関する文献では、端部電荷の取扱いが異なっていた。そこで、本論文の 2. では線状モノポールの端部電荷の有無による線状モノポール間の自己・相互インピーダンスの定式化を行い、端部電荷の有無と過去の研究で与えられた式との関係を数学と物理の両面から考察する。また、二つ目の問題として、直方体モノポールセグメント間の自己・相互インピーダンスの表示式に現れる五重積分の扱いがある。Richmond のモーメント法では、線状モノポール間のインピーダンスが単積分で与えられている [8]。線状モノポール間のインピーダンスから三次元の直方体モノポール間のインピーダンスを求めるためには、基底関数と重み関数となる直方体モノポールの双方の横断面において、線状モノポール間のインピーダンスに対する面積分を行う必要

がある。そのため、単積分と二つの面積分を合わせると、直方体モノポールセグメント間の自己・相互インピーダンスの表示式には五重積分が含まれることになる。このため、数値計算には長い CPU 時間が費やされることになる。そこで、グリーン関数の対称性を利用することにより、これを三重積分に変形した研究が行われた [12]。また、文献 [13] は、モノポールブロック間のインピーダンスを単積分化した最初の論文である。ただし、文献 [13] では、モノポールの端部電荷についての議論はなく、ダイポール、またはモノポール間のインピーダンスの数値結果も示されていない。

本論文は、まず端部電荷を厳密に考慮した電流セグメント間の自己・相互インピーダンスの一般式から、線状モノポールの端部電荷の有無による線状モノポール間の自己・相互インピーダンスの定式化を行い、端部電荷の有無と過去の研究で与えられた式との関係を考察する。また、端部電荷を含めた線状モノポール間の自己・相互インピーダンスから、直方体モノポールセグメント間の自己・相互インピーダンスを導出し、式に含まれる五重積分の単積分化を行う。更に、数値計算例を示し、定式化されたモノポールブロック間の自己・相互インピーダンスの妥当性と計算時間の短縮化効果を検証し、最後に、誘電体近傍に置かれたアンテナのモーメント法解析を行い、本手法の妥当性と有効性を示す。

2. モノポール端部に生じる電荷とこれを考慮した線状モノポールセグメント間の自己・相互インピーダンス

図 1 に誘電体中の分極電流を求めるための直方体セグメントのモデルを示す。誘電体内部について、部分的正弦関数の基底関数をもつ直方体ダイポールセグメントを用いる。また、真空との境界においては、境界における分極電流の法線成分が 0 とならないように、直方体モノポールセグメントを用いる。モノポールセグメントを用いることにより、ダイポールセグメントでは問題にならなかったセグメント端部における電荷の寄与を考慮する必要がある。

モノポールセグメント端部の電荷を考慮するために、線状ダイポールセグメントと線状モノポールセグメントを考える。部分的正弦関数の基底関数をもつ線状モノポールセグメントは給電点に点電荷をもつ。この点電荷の寄与は、図 2 に示すダイポールセグメントの場合には、基底関数と重み関数がセグメント上で連続

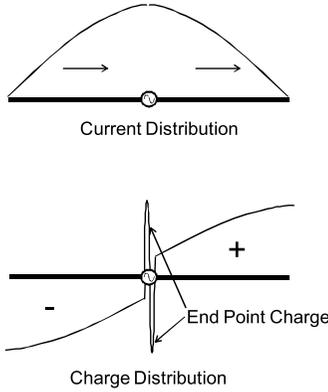


図 2 部分的正弦関数を波展開関数とした電流分布とその電荷分布

Fig. 2 Electric current and charge distribution expanded by subsectional sinusoidal basis function.

である限り，モノポールセグメント端部の点電荷が打ち消されるために，端部電荷の寄与は考慮してもしなくても，ダイポールセグメントは同じ自己・相互インピーダンスの値となる．したがって，これまで線状モノポールセグメント間の自己・相互インピーダンスの定式化において電荷の寄与は重視されてこなかった．しかしながら，モノポールセグメントを用いると，点電荷の寄与は考慮する必要がある．

以下，これまで提案されてきた線状モノポールセグメント間の自己・相互インピーダンスの表示式について考察する．まず，ガラーキン法に基づいて基底関数 $f_j(\mathbf{r}')$ と重み関数 $f_i(\mathbf{r})$ の間の相互インピーダンスを求める．基底関数 $f_j(\mathbf{r}')$ によって生じる電界は

$$\mathbf{E}_j(\mathbf{r}) = j\omega\mathbf{A}_j(\mathbf{r}) - \nabla\Phi_j(\mathbf{r}) \quad (1)$$

で表される．ここで，ベクトル・ポテンシャル $\mathbf{A}_j(\mathbf{r})$ とスカラー・ポテンシャル $\Phi_j(\mathbf{r})$ はそれぞれ

$$\begin{aligned} \mathbf{A}_j(\mathbf{r}) &= \mu \int_{V_j} \mathbf{f}_j(\mathbf{r}') \frac{e^{-jk_0R}}{4\pi R} dV', \\ \Phi_j(\mathbf{r}) &= \frac{1}{\epsilon} \int_{V_j} \rho_j(\mathbf{r}') \frac{e^{-jk_0R}}{4\pi R} dV' \end{aligned} \quad (2)$$

であり， $R = |\mathbf{r} - \mathbf{r}'|$ は波源 \mathbf{r}' と観測点 \mathbf{r} の間の距離であり， k_0 は真空中の波数である．また， $f_j(\mathbf{r}')$ を電流密度とみなしたとき， $\rho_j(\mathbf{r}')$ は対応する電荷密度であり，電流の連続性から

$$\nabla' \cdot \mathbf{f}_j(\mathbf{r}') + j\omega\rho_j(\mathbf{r}') = 0 \quad (3)$$

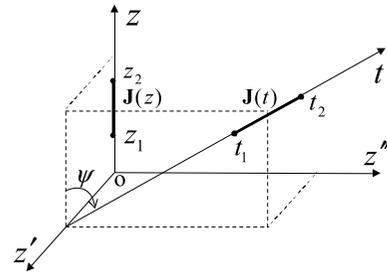


図 3 二つの線状モノポールの座標
Fig. 3 Coordination for two wire monopoles.

の関係を有する． $f_j(\mathbf{r}')$ と $f_i(\mathbf{r})$ の間の相互インピーダンスは，

$$Z_{ij} = - \int_{V_j} \mathbf{f}_i(\mathbf{r}) \cdot \mathbf{E}_j(\mathbf{r}) dV \quad (4)$$

で与えられる [3]．式 (1) と (2) を式 (4) に代入すれば，電流と電荷を含めたインピーダンスの表示式は

$$\begin{aligned} Z_{ij} &= \frac{j\omega\mu}{4\pi} \int_{V_i} \int_{V_j} \mathbf{f}_i(\mathbf{r}) \cdot \mathbf{f}_j(\mathbf{r}') \frac{e^{-jk_0R}}{R} dV' dV \\ &+ \frac{j\omega}{4\pi\epsilon} \int_{V_i} \int_{V_j'} \rho_i(\mathbf{r}) \rho_j(\mathbf{r}') \frac{e^{-jk_0R}}{R} dV' dV \end{aligned} \quad (5)$$

となる．式 (5) は，ガラーキン法に基づいた基底関数 $f_j(\mathbf{r}')$ と重み関数 $f_i(\mathbf{r})$ の間の相互インピーダンスの一般的な表示式である．

次に，ガラーキン法を用いて線状アンテナを解析する場合を考えて，線状の基底関数について考察する．図 3 に示す二つの太さ 0 の線状基底関数 $f_j(z)$ と線状重み関数 $f_i(t)$ の間の相互インピーダンスは以下の式になる [16]．

$$\begin{aligned} Z_{ij} &= \frac{j\omega\mu}{4\pi} \int_{t_1}^{t_2} \int_{z_1}^{z_2} \mathbf{f}_i(t) \cdot \mathbf{f}_j(z) \frac{e^{-jk_0R}}{R} \\ &+ \frac{1}{4\pi\epsilon} q_i(t) q_j(z) \frac{e^{-jk_0R}}{R} dz dt \end{aligned} \quad (6)$$

基底関数と重み関数として部分的正弦関数を用いる Richmond のモーメント法では，式 (6) 中の $f_j(z)$ ， $f_i(t)$ は

$$\begin{aligned} \mathbf{f}_j(z) &= \frac{\sinh[\gamma(z-z_u)]}{\sinh(\gamma d_1)} \hat{\mathbf{z}}, \quad (u = 1 \text{ or } 2, z_1 < z < z_2) \\ \mathbf{f}_i(t) &= \frac{\sinh[\gamma(t-t_v)]}{\sinh(\gamma d_2)} \hat{\mathbf{t}}, \quad (v = 1 \text{ or } 2, t_1 < t < t_2) \end{aligned} \quad (7)$$

となり、これに対応する線電荷密度は

$$q_j(z) = \frac{-1}{j\omega} \left[\frac{\cosh[\gamma(z - z_u)]}{\sinh(\gamma d_1)} - \Delta_z \right]$$

$$q_i(t) = \frac{-1}{j\omega} \left[\frac{\cosh[\gamma(t - t_v)]}{\sinh(\gamma d_2)} - \Delta_t \right] \quad (8)$$

となる。ここで、 $\gamma = jk_0$ 、 $\Delta_z = \delta(z - z_2)$ と $\Delta_t = \delta(t - t_2)$ はモノポール端部の点電荷を表す。また、 $d_1 = |z_2 - z_1|$ 、 $d_2 = |t_2 - t_1|$ である。

式 (8) 中の Δ_z と Δ_t を残すか捨てるかにより、過去の研究で与えられたモノポール間の自己・相互インピーダンスの表示式を導くことができる。これらの表示式の間を関係を表 1 に示す。文献 [8] では、波源側のモノポール（基底関数）の端部電荷は無視されたが、観測側のモノポール（重み関数）の端部電荷は考慮されている。このように計算されたモノポール間の相互インピーダンスは、波源と観測点の対称性がないため、可逆性が満たされない。文献 [14] と [15] では、波源だけではなく、観測点のモノポールの端部電荷も追加されたため、可逆性に問題はない。一方、文献 [16] と [17] では、波源と観測点のモノポールの端部電荷はともに無視された。

以下に、端部電荷の有無を考慮したインピーダンスの表示式を導出する。

(1) 両方の電荷を無視した場合

式 (8) に $\Delta_z = \Delta_t = 0$ を代入し、式 (6) は以下の式になる。

$$Z_{ij} = B[e^{t_1} F_{21} + e^{z_1} F_{11} - e^{-t_1} F_{22} - e^{-z_1} F_{12} - e^{t_1 - z_1} G_{12} + e^{t_1 + z_1} G_{22} + e^{-t_1 - z_1} G_{11} - e^{-t_1 + z_1} G_{21}] \quad (9)$$

ここで、

$$B = \frac{\eta}{16\pi \sinh(\gamma d_1) \sinh(\gamma d_2)} \quad (10)$$

表 1 従来のモノポール自己・相互インピーダンスの表示式間の関係

Table 1 Relation between conventional expressions of self/mutual impedance of monopole segments.

従来の研究	Richmond'75 [8]	Richmond'90 [14], [15]	Balmain'90 [16], [17]
Δ_z	0	$\delta(z - z_2)$	0
Δ_t	$\delta(z - z_2)$	$\delta(t - t_2)$	0
電荷の扱い	波源側の電荷を無視 観測側の電荷を考慮	両方の電荷を考慮	両方の電荷を無視

$$G_{kl} = E[\gamma(R_2 + mz_2 + nt - j\beta)]$$

$$+ E[\gamma(R_2 + mz_2 + nt + j\beta)]$$

$$- E[\gamma(R_1 + mz_1 + nt - j\beta)]$$

$$- E[\gamma(R_1 + mz_1 + nt + j\beta)]$$

$$(k = 1 \text{ or } 2, l = 1 \text{ or } 2, m = 2/u, n = 2/v) \quad (11)$$

$$F_{11} = 2 \sinh(\gamma d_2) e^{-\gamma t_2 \cos \psi} E[\gamma(R_2 - t_2 \cos \psi + z)]$$

$$F_{21} = 2 \sinh(\gamma d_1) e^{-\gamma z_2 \cos \psi} E[\gamma(R_2 - z_2 \cos \psi + t)]$$

$$F_{12} = 2 \sinh(\gamma d_2) e^{\gamma t_2 \cos \psi} E[\gamma(R_2 + t_2 \cos \psi - z)]$$

$$F_{22} = 2 \sinh(\gamma d_1) e^{\gamma z_2 \cos \psi} E[\gamma(R_2 + z_2 \cos \psi - t)] \quad (12)$$

$$E[\gamma(\alpha + j\beta)] = \exp(j\gamma\beta) \int_{\gamma[\alpha(t_1) + j\beta]}^{\gamma[\alpha(t_2) + j\beta]} \frac{\exp(-w)}{w} dw \quad (13)$$

である。式 (9) は、四つの F_{kl} の項と四つの G_{kl} の項が含まれている。[16] と [17] では、式 (5) も用いられているが、モノポール端電荷が bridge current の導入により物理的に取り除かれたため、式導出のプロセスも本論文と異なり、その結果も形式的に式 (9) とは異なるが、両者は数学的に同値である。

(2) 波源側の端部電荷のみを無視した場合

式 (8) に $\Delta_z = \delta(z - z_2)$ と $\Delta_t = 0$ を代入し、式 (6) は以下の式になる。

$$Z_{ij} = B[e^{t_1} F_{21} - e^{-t_1} F_{22} - e^{t_1 - z_1} G_{12} + e^{t_1 + z_1} G_{22} + e^{-t_1 - z_1} G_{11} - e^{-t_1 + z_1} G_{21}] \quad (14)$$

式 (14) は、二つの F_{kl} の項と四つの G_{kl} の項が含まれており、文献 [8] の式と完全に一致する。

(3) 両方の電荷を考慮した場合

式 (8) に $\Delta_z = \delta(z - z_2)$ と $\Delta_t = \delta(t - t_2)$ を代入すると、式 (6) は以下の式になる。

$$Z_{ij} = \frac{\eta e^{-\gamma R_{22}}}{4\pi\gamma R_{22}} + B[-e^{t_1 - z_1} G_{12} + e^{t_1 + z_1} G_{22} + e^{-t_1 - z_1} G_{11} - e^{-t_1 + z_1} G_{21}] \quad (15)$$

この式は、一つの指数関数と四つの G_{kl} の項が含まれている。文献 [14] と [15] でも、本論文と異なる方法で端部電荷の影響を考慮したインピーダンスの導出を行っており、その結果と式 (15) とは一致する。

以上述べたように、モノポールの端部電荷の取り扱いによってモノポール間の自己・相互インピーダンス

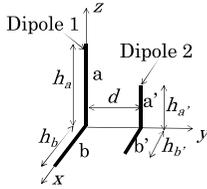


図 4 平行に配置した V 型線状ダイポール 1 とダイポール 2. 各モノポール長: $h_a = h_b = 0.15\lambda$, $h_{a'} = h_{b'} = 0.1\lambda$; 距離 $d = 0.01\lambda$; 線の半径 $r = 1 \times 10^{-4}\lambda$

Fig. 4 Two parallel V-type wire dipoles. Length of each monopole: $h_a = h_b = 0.15\lambda$, $h_{a'} = h_{b'} = 0.1\lambda$; Distance between two dipoles: $d = 0.01\lambda$; Radius of each dipole: $r = 1 \times 10^{-4}\lambda$.

表現式は異なる．しかしながら，ダイポールセグメント間の相互インピーダンスを計算する場合は，モノポールの端部電荷による項はキャンセルされるために，どの表現式を用いても結果は同じとなる．これを更に説明するために，図 4 に示す二つの V 型線状ダイポール間の相互インピーダンスを示す．線状ダイポールは，距離 $d = 0.01\lambda$ を離れて平行に置かれている．ダイポール 1 は長さ 0.15λ のモノポール a と b から構成されており，ダイポール 2 は長さ 0.1λ のモノポール a' と b' から構成されている．ダイポール間の相互インピーダンス Z_{12} と Z_{21} は，対応するモノポール間の相互インピーダンスの和となっており，

$$Z_{12} = z_{aa'} + z_{ab'} + z_{ba'} + z_{bb'} \quad (16)$$

$$Z_{21} = z_{a'a} + z_{a'b} + z_{b'a} + z_{b'b} \quad (17)$$

で与えられる．ここで，例えば， $z_{aa'}$ は，波源モノポール a' と観測モノポール a 間の相互インピーダンスである．

数値計算の結果を表 2 に示す．観測側のモノポールの端部電荷のみを考慮した式 (14) を用いると， $z_{ab'} \neq z_{b'a}$, $z_{ba'} \neq z_{a'b}$ ，すなわち，モノポール間の相互インピーダンスが可逆性を満たしていない．一方，両方の端部電荷を考慮した式 (15) の場合，または，両方の端部電荷を無視した式 (9) の場合，モノポール間の相互インピーダンスが可逆性を満たしていることが分かる．また，どの手法でもダイポール間の相互インピーダンスは等しく，可逆性も満たしている．これらの結果から，ダイポールのみを取り扱う場合は，どの手法も適用できるが，誘電体に対する解析のように，モノポールのセグメントが必要な場合，端部電荷を厳密に考慮する必要がある．

表 2 図 4 に示すモノポール間とダイポール間の相互インピーダンス (単位: Ω)

Table 2 Mutual impedance between monopole segments and dipole segments as shown in Fig. 4.

計算式	式 (14)	式 (15)	式 (9)
$z_{aa'}$	$3.96 - j32.76$	$3.28 - j377.68$	$-24.41 - j119.96$
$z_{ab'}$	$-0.66 - j38.87$	$0.02 + j306.05$	$27.72 + j48.33$
$z_{ba'}$	$-0.66 - j38.87$	$0.02 + j306.05$	$27.72 + j48.33$
$z_{bb'}$	$3.96 - j32.76$	$3.28 - j377.68$	$-24.41 - j119.96$
Z_{12}	$6.61 - j143.26$	$6.61 - j143.26$	$6.61 - j143.26$
$z_{a'a}$	$4.89 + j11.64$	$3.28 - j377.68$	$-24.41 - j119.96$
$z_{a'b}$	$-1.58 - j83.27$	$0.02 + j306.05$	$27.72 + j48.33$
$z_{b'a}$	$-1.58 - j83.27$	$0.02 + j306.05$	$27.72 + j48.33$
$z_{b'b}$	$4.89 + j11.64$	$3.28 - j377.68$	$-24.41 - j119.96$
Z_{21}	$6.61 - j143.26$	$6.61 - j143.26$	$6.61 - j143.26$
関連研究	Richmond'75	Richmond'90	Balmain'90

前述のように，誘電体表面の分極電流の垂直成分をモデル化する際に，三次元の展開関数として，単独の直方体モノポールを用いる必要がある．また，電流の連続性を保つため，端部電荷の効果を考慮した直方体モノポールのインピーダンスの表示式を導出する必要がある．以下に，式 (15) を用いて，直方体モノポールセグメント間の自己・相互インピーダンスを導出し，更にインピーダンスの表示式に含まれる積分を単積分化する．

3. 直方体モノポールセグメント間の相互インピーダンスの単積分化

一般に，任意方向の電流成分を展開するために，垂直成分と水平成分の展開関数を用意する必要がある．そのため，平行と垂直に配置した直方体モノポールセグメント間の相互インピーダンスを別々に導出しなければならない．

図 5 に示す平行に配置した直方体モノポールセグメント上の基底関数と重み関数を

$$f_1^V = \hat{e}_3 \frac{A_{11} \sinh[\gamma(h_e - e_3)] + A_{21} \sinh(\gamma e_3)}{4a_e b_e \sinh(\gamma h_e)} \quad (18)$$

$$f_2^V = \hat{s}_3 \frac{A_{12} \sinh[\gamma(h_s - s_3)] + A_{22} \sinh(\gamma s_3)}{4a_s b_s \sinh(\gamma h_s)} \quad (19)$$

とする．ここで， A_{ij} ($i = 1$ or 2 , $j = 1$ or 2) は端部電流の方向を表し，0 か 1 の値をとる．線状モノポールの自己・相互インピーダンスの式 (15) から，二重面積分をすることによりモノポールブロック間の自己・相互インピーダンス

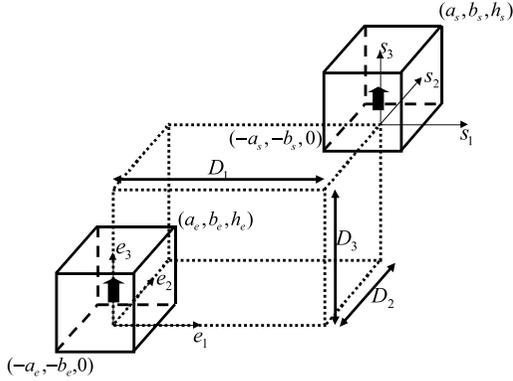


図 5 平行に配置した二つの直方体モノポールセグメント
Fig. 5 Two parallel rectangular block monopole segments.

$$Z_{21}^V = \frac{1}{16a_e b_e a_s b_s} \int_{-b_s}^{b_s} \int_{-b_e}^{b_e} \int_{-a_s}^{a_s} \int_{-a_e}^{a_e} Z_{21} d e_1 d s_1 d e_2 d s_2 \quad (20)$$

を導出することができる．線状モノポールの自己・相互インピーダンス Z_{21} の中に単積分が含まれていることから，式 (20) に五重積分が含まれているが，理論的に，この五重積分を単積分に変換できることが示されている [13]．式 (20) を単積分に変換した結果，以下の式が得られた．

$$\begin{aligned} Z_{21}^V &= \sum_{\beta=1}^3 \sum_{\alpha=1}^3 \Omega \\ &+ \sum_{\beta=1}^3 \int_{\xi_1}^{\xi_2} \left[\sum_{\alpha=1}^3 (\Phi_1 + \Phi_2 + \Phi_3 + \Phi_4 + F_1 + F_2) \right] d\xi \\ &+ \sum_{\alpha=1}^3 \int_{\tau_1}^{\tau_2} \left[\sum_{\beta=1}^3 (\Theta_1 + \Theta_2 + \Theta_3 + \Theta_4 + W_1 + W_2) \right] d\tau \\ &+ \sum_{\beta=1}^3 \sum_{\alpha=1}^3 (\Gamma_1 + \Gamma_2 + X_1 + X_2) \quad (21) \end{aligned}$$

ここで， Ω ， Φ_i ， Θ_i ， F_j ， W_j ， Γ_j 及び X_j ($i = 1 \sim 4$ ， $j = 1 \sim 2$) は，積分を含まない閉じた表示式であり，付録 1. に示されている [18]．式 (21) には，単積分しか含まれないことが注意されたい．また，付録 3. は，式 (20) の単積分化を行う定式化の一部が示されており，参照されたい．

同様に，垂直に配置した直方体モノポールセグメント間の自己・相互インピーダンスの定式化も行う．

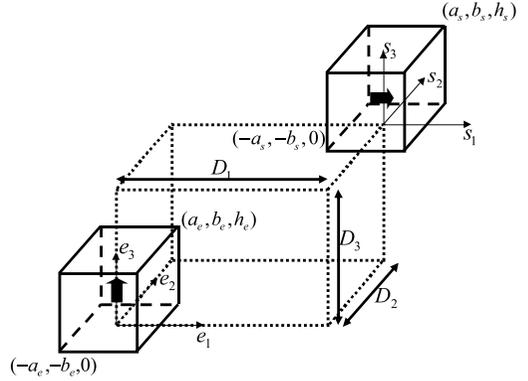


図 6 垂直に配置される二つの直方体モノポールセグメント
Fig. 6 Two perpendicular rectangular block monopole segments.

図 6 に示す垂直に配置される直方体モノポールセグメント上の基底関数と重み関数を

$$\mathbf{f}_1^V = \hat{\mathbf{e}}_3 \frac{A_{11} \sinh[\gamma(h_e - e_3)] + A_{21} \sinh(\gamma e_3)}{4a_e b_e \sinh(\gamma h_e)} \quad (22)$$

$$\mathbf{f}_2^V = \hat{\mathbf{s}}_1 \frac{A_{12} \sinh[\gamma(a_s - s_1)] + A_{22} \sinh[\gamma(a_s + s_1)]}{2b_s h_s \sinh(2\gamma a_s)} \quad (23)$$

とする．ここで， A_{ij} ($i = 1$ or 2 ， $j = 1$ or 2) は端部電流の方向を表し，0 か 1 の値をとる．線状モノポールの自己・相互インピーダンスの式 (15) から，二重面積分をすることによりモノポールブロック間の自己・相互インピーダンス

$$Z_{21}^V = \frac{1}{8a_e b_e b_s h_s} \int_{-b_s}^{b_s} \int_{-b_e}^{b_e} \int_0^{h_s} \int_{-a_e}^{a_e} Z_{21} d e_1 d s_3 d e_2 d s_2 \quad (24)$$

を導出することができ，この式に含まれる五重積分を単積分に変換した結果，以下の式が得られた．

$$\begin{aligned} Z_{21}^V &= B_0 B_1 \left[\frac{1}{\gamma} \sum_{\alpha=1}^3 Q_\alpha I_2(v_1, v_2, u_1, u_2, \xi_1, \xi_2) \right. \\ &\quad \left. - \frac{1}{\gamma^2} \sum_{\alpha=1}^3 \sum_{\tau=1}^2 (-1)^\tau P_\alpha I_1(v_1, v_2, u_1, u_2, \xi_\tau) \right] \\ &+ B_0 B_1 B_2 \sum_{s_t, s_z = \pm 1} \sum_{l=1}^2 \sum_{\alpha=1}^3 (-1)^l \end{aligned}$$

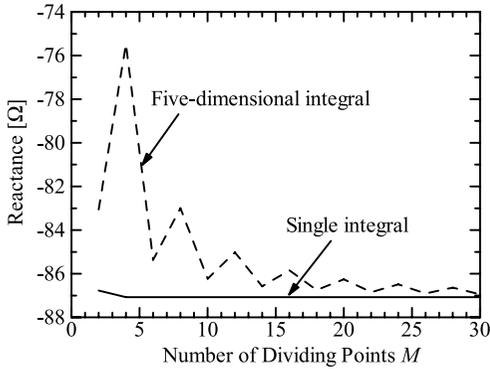


図 7 ガウス積分の分点数に対するモノポールブロックの自己リアクタンスの収束性

Fig. 7 Convergence of self-reactance of rectangular block monopole segment as a function of number of dividing points in Gaussian integral.

$$\cdot B_3 I_3(x_1, x_2, y_1, y_2, \xi_1, \xi_2, Q_\alpha, P_\alpha, s_z, s_t) \quad (25)$$

ここで、 $I_i, G, F_j, (i = 1 \sim 3, j = 1 \sim 2)$ は、積分の含まない閉じた表示式であり、付録 2. に示されている [18]. 同様に、式 (25) にも、単積分しか含まれていない。

計算式の妥当性を検証するため、辺長 1 cm の正方形モノポールブロック間の自己インピーダンスを計算した。

まず、五重積分と単積分で計算した自己インピーダンスとガウス積分の分点数の関係性を考察する。図 7 に分点数 M に対する 2.75 GHz におけるモノポールブロックの自己リアクタンス成分を示す。ここで、単積分は M 回の被積分関数の計算が必要であるのに対して、五重積分は M^5 回の計算が必要である。計算の結果から、単積分は $M = 4$ で十分な収束が得られたことに対し、五重積分は $M = 20$ 以上の分点数が必要になることが分かる。また、図 8 に分点数 M に対する CPU 時間を示す。単積分の CPU 時間は M とほぼ比例するが、五重積分は予想通り M^5 に比例している。 $M = 4$ の単積分の CPU 時間は、 $M = 20$ の五重積分の $1/300$ であり、単積分化することにより、計算時間が大幅に短縮されたことが示された。モノポールブロックの自己インピーダンスの周波数特性を図 9 に示す。ここで、五重積分と単積分の分点数はそれぞれ 8 と 4 である。リアクタンスについては、図 7 に示す収束性の誤差範囲内で、単積分と五重積分との結果は一致している。また、抵抗については、両者は完全に一

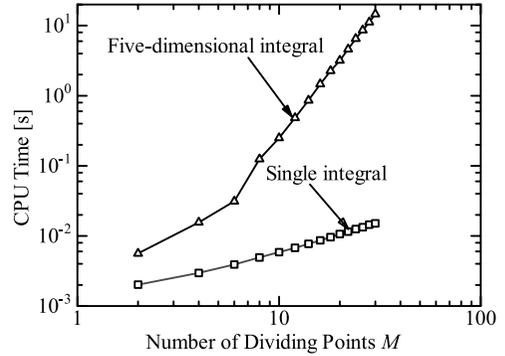


図 8 ガウス積分の分点数に対する自己インピーダンス計算用 CPU 時間

Fig. 8 CPU time for calculating self-impedance as a function of number of dividing points in Gaussian integral.

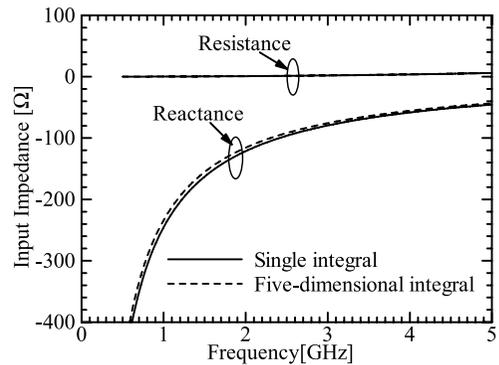


図 9 モノポールブロックの自己インピーダンスの周波数特性

Fig. 9 Frequency characteristics of self-impedance of rectangular block monopole segment.

致している。これらの結果から、平行に配置した二つのモノポールブロック間の自己・相互インピーダンスの単積分化の妥当性が示された。

4. 誘電体近傍アンテナのインピーダンスの数値解析

最後に、モーメント法を用いて、誘電体の直方体近傍に置かれたダイポールアンテナの入力インピーダンスを解析した。図 10 に示す解析モデルでは、直方体誘電体の隣に線状ダイポールが平行に置かれている。誘電体は、比誘電率 $\epsilon_r = 16$ 、大きさ $L_x = 10 \text{ mm}, L_y = 10 \text{ mm}, L_z = 120 \text{ mm}$ である。また、ダイポールアンテナは、長さ $2h = 100 \text{ mm}$ 、線の直径 $2r = 0.2 \text{ mm}$ であり、誘電体表面との距離は

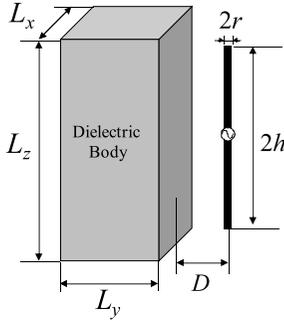


図 10 誘電体の直方体近傍に置かれる線状ダイポールアンテナ

Fig. 10 Wire dipole in vicinity of rectangular block dielectric object.

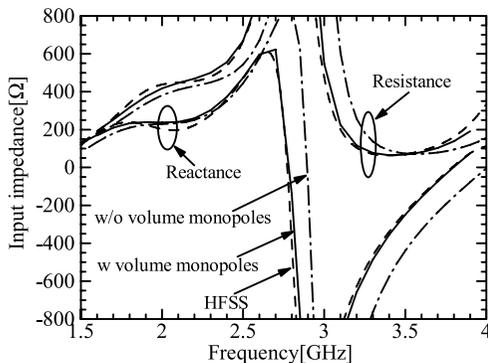


図 11 誘電体の直方体近傍に置かれる線状ダイポールアンテナの入力インピーダンスの周波数特性

Fig. 11 Frequency characteristics of input impedance of wire dipole in vicinity of rectangular block dielectric object.

$D = 2 \text{ mm}$ となっている。

誘電体の内部を部分的正弦関数の基底関数と重み関数を用いて複数の直方体ダイポールセグメントに分割し、誘電体と自由空間の境界では、誘電体表面と垂直方向にモノポールセグメントを展開関数として配置する。また、比較のため、モノポールセグメントを配置しない場合の計算も行った。

アンテナの入力インピーダンスの周波数特性を図 11 に示す。ここで、HFSS は有限要素法を用いた商用ソフトウェアで得られた結果である。モノポールセグメントを配置した場合は、計算結果と HFSS の結果が一致しているが、モノポールセグメントを配置しない場合は、共振周波数は、より高い周波数で現れ、誘電体による線状アンテナの「短縮効果」が十分に評価されていないことが分かる。

5. むすび

本論文は、端部電荷を厳密に考慮した電流セグメント間の自己・相互インピーダンスの一般式から、線状モノポールの端部電荷の有無による線状モノポール間の自己・相互インピーダンスの定式化を行い、端部電荷の有無と過去の研究で与えられた式との関係を数学と物理の両面から考察した。また、端部電荷を含めた線状モノポール間の自己・相互インピーダンスから、直方体モノポールセグメント間の自己・相互インピーダンスを導出し、式に含まれる五重積分の単積分を行った。最後に、数値計算例から、定式化されたモノポールセグメントの自己・相互インピーダンスの妥当性と計算時間の短縮化効果を検証した。最後に、誘電体近傍のダイポールアンテナのモーメント法解析を行い、本手法の妥当性と有効性を示した。

文 献

- [1] R.F. Harrington, Field Computation by Moment Methods, The Macmillian Co., New York, 1968.
- [2] R. Mittra, ed., Computer Techniques for Electromagnetics, Pergamon, New York, 1973.
- [3] 澤谷邦男, “モーメント法によるアンテナ設計,” 信学論 (B), vol.J86-B, no.9, pp.1668–1677, Sept. 2003.
- [4] D.P. Nyquist, K.-M. Chen, and B.S. Guru, “Coupling between small thin-wire antennas and a biological body,” IEEE Trans. Antennas Propag., vol.AP-25, no.6, pp.863–866, Nov. 1977.
- [5] D.E. Livesay and K.M. Chen, “Electromagnetic fields induced inside arbitrarily shaped biological bodies,” IEEE Trans. Microw. Theory Tech., vol.22, no.12, pp.1273–1280, Dec. 1974.
- [6] D.H. Schaubert, D.R. Wilton, and A.W. Glisson, “A tetrahedral modeling method for electromagnetic scattering by arbitrary shaped inhomogeneous dielectric bodies,” IEEE Trans. Antennas Propag., vol.32, no.1, pp.77–85, Jan. 1984.
- [7] N.N. Wang, J.H. Richmond, and M.C. Gilreath, “Sinusoidal reaction formulation for radiation and scattering from conducting surfaces,” IEEE Trans. Antennas Propag., vol.23, no.3, pp.376–382, May 1975.
- [8] J.H. Richmond and N.H. Geary, “Mutual impedance of nonplanar-skew sinusoidal dipoles,” IEEE Trans. Antennas Propag., vol.23, no.3, pp.412–414, May 1975.
- [9] 越智久晃, 山本悦治, 澤谷邦男, 安達三郎, “RF シールドを有する MRI アンテナの特性解析,” 信学論 (B-II), vol.J76-B-II, no.2, pp.79–85, Feb. 1993.
- [10] 越智久晃, 山本悦治, 陳 強, 澤谷邦男, “線状と板状の導体で構成されたアンテナ系のモーメント法解析,” 信学論 (B-II), vol.J79-B-II, no.9, pp.566–573, Sept. 1996.
- [11] Y. Ofuji, D. Koizumi, Q. Chen, and K. Sawaya,

- “Method of moment for dielectric scatters by using block modeling with Galerkin’s method,” Proc. IEEE Antennas Propag. Sym., pp.2314–2317, 2000.
- [12] D. Koizumi, Q. Chen, and K. Sawaya, “Galerkin-MoM analysis for dielectric scatters by using sinusoidal reaction technique,” Proc. IEEE Antennas Propag. Sym., pp.526–529, July 2001.
- [13] 吉川幸広, 宮下裕章, 千葉 勇, 牧野 滋, “分極電流モーメント法におけるインピーダンス行列要素の積分次数低減,” 信学論 (B), vol.J86-B, no.9, pp.1721–1730, Sept. 2003.
- [14] C.W. Chuang, J.H. Richmond, N. Wang, and P.H. Pathak, “New expressions for mutual impedance of nonplanar-skew sinusoidal monopoles,” IEEE Trans. Antennas Propag., vol.38, no.2, pp.275–276, Feb. 1990.
- [15] K.E. Schmidt, “Simplified mutual impedance of nonplanar skew dipoles,” IEEE Trans. Antennas Propag., vol.44, no.9, pp.1298–1299, Sept. 1996.
- [16] M.A. Tilston and K.G. Balmain, “On the suppression of asymmetric artifacts arising in an implementation of the thin-wire method of moments,” IEEE Trans. Antennas Propag., vol.38, no.2, pp.281–285, Feb. 1990.
- [17] M.A. Tilston and K.G. Balmain, “A multiradius, reciprocal implementation of the thin-wire moment method,” IEEE Trans. Antennas Propag., vol.38, no.10, pp.1636–1644, Oct. 1990.
- [18] H. Zhai, Q. Yuan, Q. Chen, and K. Sawaya, “Single integral expressions of self/mutual impedance of volume sinusoidal monopoles with consideration of endpoint charges,” IEICE Technical Report, Jan. 2008.

付 録

1. 単積分表示式 (21) の関数の定義

平行に配置される二つの直方体モノポールセグメント間の自己・相互インピーダンスの単積分表示式 (21) には, Ω , Φ_i , Θ_i , F_j , W_j , Γ_j 及び X_j ($i = 1 \sim 4$, $j = 1 \sim 2$) は含まれている. ここでは, これらの関数を定義する.

$$\begin{aligned} \Omega &= B_0 B_2 \sum_{s_t=\pm 1} \sum_{\theta=1}^2 \sum_{\varphi=1}^2 \sum_{\rho=1}^2 (-1)^{\varphi+\rho+\theta} e^{s_t \gamma (t_n - z_m)} \\ &\quad \cdot \left[C_1 \frac{\tau_\rho^2}{2} \frac{\xi_\varphi^2}{2} + C_2 \tau_\rho \xi_\varphi + C_3 \xi_\varphi \frac{\tau_\rho^2}{2} + C_4 \tau_\rho \frac{\xi_\varphi^2}{2} \right] \\ &\quad \cdot E \left[\gamma \left(\sqrt{\tau_\rho^2 + \xi_\varphi^2 + v^2 + s_t v} \right) \right] \\ \Gamma_1 &= \left(-\frac{1}{4} B_0 B_2 \right) C_1 \sum_{s_t=\pm 1} \sum_{\theta=1}^2 \sum_{\varphi=1}^2 \sum_{\rho=1}^2 (-1)^{\varphi+\rho+\mu+\theta} \\ &\quad \cdot e^{s_t \gamma (t_n - z_m)} \left[\frac{3}{\gamma^4} - \frac{s_t v \mu}{\gamma^3} + \frac{1}{\gamma^2} (\tau_\rho^2 + \xi_\varphi^2 + v_\mu^2) \right. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &\quad \left. + \left(\frac{3}{\gamma^3} - \frac{s_t v \mu}{\gamma^2} \right) \sqrt{\tau_\rho^2 + \xi_\varphi^2 + v_\mu^2} \right] \cdot e^{-\gamma \left(\sqrt{\tau_\rho^2 + \xi_\varphi^2 + v_\mu^2 + s_t v \mu} \right)} \\ \Gamma_2 &= \left(-\frac{1}{2} B_0 B_2 \right) C_2 \sum_{s_t=\pm 1} \sum_{\theta=1}^2 \sum_{\varphi=1}^2 \sum_{\rho=1}^2 (-1)^{\varphi+\rho+\mu+\theta} \\ &\quad \cdot e^{s_t \gamma (t_n - z_m)} \operatorname{sgn}(\xi_\varphi) \operatorname{sgn}(\tau_\rho) \left(-\frac{\pi}{2} \right) \frac{1}{\gamma^2} \\ &\quad \cdot \left(-1 - \gamma \sqrt{v_\mu^2 + \gamma s_t v \mu} \right) e^{-\gamma \left(\sqrt{v_\mu^2 + s_t v \mu} \right)} \\ X_1 &= (B_0 B_1) C_1 \sum_{\varphi=1}^2 \sum_{\rho=1}^2 (-1)^{\varphi+\rho} \\ &\quad \cdot \frac{1}{\gamma^3} \left(1 + \gamma \sqrt{\tau_\rho^2 + \xi_\varphi^2 + g^2} \right) e^{-\gamma \sqrt{\tau_\rho^2 + \xi_\varphi^2 + g^2}} \\ X_2 &= \left(-\frac{1}{\gamma} B_0 B_1 \right) C_2 \sum_{\varphi=1}^2 \sum_{\rho=1}^2 (-1)^{\varphi+\rho} \\ &\quad \cdot \operatorname{sgn}(\xi_\varphi) \operatorname{sgn}(\tau_\rho) \left(-\frac{\pi}{2} \right) e^{-\gamma \sqrt{g^2}} \\ \Phi_1 &= B_0 B_2 C_1 \sum_{s_t=\pm 1} \sum_{\theta=1}^2 \sum_{\varphi=1}^2 \sum_{\rho=1}^2 (-1)^{\varphi+\rho+\theta} \\ &\quad \cdot e^{s_t \gamma (t_n - z_m)} \left(-\frac{1}{2} \right) \frac{\tau_\rho^2}{2} \frac{\xi_\varphi^2}{2} e^{-\gamma \left(\sqrt{\tau_\rho^2 + \xi_\varphi^2 + v_\varphi^2 + s_t v \varphi} \right)} \\ &\quad \cdot \frac{\xi}{\sqrt{\tau_\rho^2 + \xi_\varphi^2 + v_\varphi^2 + s_t v \varphi}} \\ \Phi_2 &= \left(-\frac{1}{2} B_0 B_2 \right) C_2 \sum_{s_t=\pm 1} \sum_{\theta=1}^2 \sum_{\varphi=1}^2 \sum_{\rho=1}^2 (-1)^{\varphi+\rho+\theta} \\ &\quad \cdot e^{s_t \gamma (t_n - z_m)} \left[\frac{e^{-\gamma \left(\sqrt{\tau_\rho^2 + \xi_\varphi^2 + v_\varphi^2 + s_t v \varphi} \right)}}{\sqrt{\tau_\rho^2 + \xi_\varphi^2 + v_\varphi^2 + s_t v \varphi}} \frac{\tau_\rho \xi_\varphi^2}{\sqrt{\tau_\rho^2 + \xi_\varphi^2 + v_\varphi^2}} \right. \\ &\quad \left. + \frac{1}{\gamma^2} \frac{\tau_\rho e^{-\gamma \left(\sqrt{\tau_\rho^2 + \xi_\varphi^2 + v_\varphi^2 + s_t v \varphi} \right)}}{\xi^2 + \tau_\rho^2} \right. \\ &\quad \left. \cdot \left(-1 - \gamma \sqrt{\tau_\rho^2 + \xi_\varphi^2 + v_\varphi^2 + \gamma s_t v \varphi} \right) \right] \\ \Phi_3 &= \left(-\frac{1}{3} B_0 B_2 \right) C_3 \sum_{s_t=\pm 1} \sum_{\theta=1}^2 \sum_{\varphi=1}^2 \sum_{\rho=1}^2 (-1)^{\varphi+\rho+\theta} \\ &\quad \cdot e^{s_t \gamma (t_n - z_m)} \left[\frac{e^{-\gamma \left(\sqrt{\tau_\rho^2 + \xi_\varphi^2 + v_\varphi^2 + s_t v \varphi} \right)}}{\sqrt{\tau_\rho^2 + \xi_\varphi^2 + v_\varphi^2 + s_t v \varphi}} \frac{\tau_\rho^2 \xi_\varphi^2}{\sqrt{\tau_\rho^2 + \xi_\varphi^2 + v_\varphi^2}} \right. \\ &\quad \left. + \frac{1}{\gamma^2} \left(-1 + \gamma s_t v \varphi - \gamma \sqrt{\tau_\rho^2 + \xi_\varphi^2 + v_\varphi^2} \right) \right. \\ &\quad \left. \cdot e^{-\gamma \left(\sqrt{\tau_\rho^2 + \xi_\varphi^2 + v_\varphi^2 + s_t v \varphi} \right)} \right] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \Phi_4 &= \left(-\frac{1}{6}B_0B_2\right) C_4 \sum_{s_t=\pm 1} \sum_{\theta=1}^2 \sum_{\varphi=1}^2 \sum_{\rho=1}^2 (-1)^{\varphi+\rho+\theta} \\
 &\cdot e^{s_t\gamma(t_n-z_m)} \frac{e^{-\gamma\left(\sqrt{\xi^2+\tau^2+v_\varphi^2+s_tv_\varphi}\right)}}{\sqrt{\xi^2+\tau^2+v_\varphi^2+s_tv_\varphi}} \frac{\tau\rho\xi^3}{\sqrt{\xi^2+\tau^2+v_\varphi^2}} \\
 F_1 &= \left(-\frac{1}{\gamma}B_0B_1\right) C_2 \sum_{\rho=1}^2 (-1)^\rho \frac{\tau\rho}{\xi^2+\tau^2} e^{-\gamma\sqrt{\tau^2+\xi^2+g^2}} \\
 F_2 &= \left(-\frac{1}{\gamma}B_0B_1\right) C_3 \sum_{\rho=1}^2 (-1)^\rho e^{-\gamma\sqrt{\tau^2+\xi^2+g^2}} \\
 \Theta_1 &= B_0B_2C_1 \sum_{s_t=\pm 1} \sum_{\theta=1}^2 \sum_{\varphi=1}^2 \sum_{\rho=1}^2 (-1)^{\varphi+\rho+\theta} \cdot e^{s_t\gamma(t_n-z_m)} \\
 &\left(-\frac{1}{2}\right) \frac{\xi_\rho^2}{2} \frac{\tau^2}{2} \frac{e^{-\gamma\left(\sqrt{\xi_\rho^2+\tau^2+v_\varphi^2+s_tv_\varphi}\right)}}{\sqrt{\xi_\rho^2+\tau^2+v_\varphi^2+s_tv_\varphi}} \cdot \frac{\tau}{\sqrt{\xi_\rho^2+\tau^2+v_\varphi^2}} \\
 \Theta_2 &= \left(-\frac{1}{2}B_0B_2\right) C_2 \sum_{s_t=\pm 1} \sum_{\theta=1}^2 \sum_{\varphi=1}^2 \sum_{\rho=1}^2 (-1)^{\varphi+\rho+\theta} \\
 &e^{s_t\gamma(t_n-z_m)} \cdot \left[\frac{e^{-\gamma\left(\sqrt{\xi_\rho^2+\tau^2+v_\varphi^2+s_tv_\varphi}\right)}}{\sqrt{\xi_\rho^2+\tau^2+v_\varphi^2+s_tv_\varphi}} \frac{\xi_\rho\tau^2}{\sqrt{\xi_\rho^2+\tau^2+v_\varphi^2}} \right. \\
 &\left. + \frac{1}{\gamma^2} \frac{\xi_\rho e^{-\gamma\left(\sqrt{\tau^2+\xi_\rho^2+v_\varphi^2+s_tv_\varphi}\right)}}{\xi_\rho^2+\tau^2} \right] \\
 &\cdot \left(-1-\gamma\sqrt{\tau^2+\xi_\rho^2+v_\varphi^2}+\gamma s_tv_\varphi\right) \\
 \Theta_3 &= \left(-\frac{1}{6}B_0B_2\right) C_3 \sum_{s_t=\pm 1} \sum_{\theta=1}^2 \sum_{\varphi=1}^2 \sum_{\rho=1}^2 (-1)^{\varphi+\rho+\theta} \\
 &\cdot e^{s_t\gamma(t_n-z_m)} \frac{e^{-\gamma\left(\sqrt{\tau^2+\xi_\rho^2+v_\varphi^2+s_tv_\varphi}\right)}}{\sqrt{\tau^2+\xi_\rho^2+v_\varphi^2+s_tv_\varphi}} \frac{\xi_\rho\tau^3}{\sqrt{\tau^2+\xi_\rho^2+v_\varphi^2}} \\
 \Theta_4 &= \left(-\frac{1}{3}B_0B_2\right) C_4 \sum_{s_t=\pm 1} \sum_{\theta=1}^2 \sum_{\varphi=1}^2 \sum_{\rho=1}^2 (-1)^{\varphi+\rho+\theta} \\
 &\cdot e^{s_t\gamma(t_n-z_m)} \left[\frac{e^{-\gamma\left(\sqrt{\xi_\rho^2+\tau^2+v_\varphi^2+s_tv_\varphi}\right)}}{\sqrt{\xi_\rho^2+\tau^2+v_\varphi^2+s_tv_\varphi}} \frac{\xi_\rho^2\tau^2}{\sqrt{\xi_\rho^2+\tau^2+v_\varphi^2}} \right. \\
 &\left. + \frac{1}{\gamma^2} \left(-1+\gamma s_tv_\varphi-\gamma\sqrt{\xi_\rho^2+\tau^2+v_\varphi^2}\right) \right. \\
 &\left. \cdot e^{-\gamma\left(\sqrt{\xi_\rho^2+\tau^2+v_\varphi^2+s_tv_\varphi}\right)} \right] \\
 W_1 &= \left(-\frac{1}{\gamma}B_0B_1\right) C_2 \sum_{\rho=1}^2 (-1)^\rho \frac{\xi_\rho}{\xi_\rho^2+\tau^2} e^{-\gamma\sqrt{\tau^2+\xi_\rho^2+g^2}} \\
 W_2 &= \left(-\frac{1}{\gamma}B_0B_1\right) C_4 \sum_{\rho=1}^2 (-1)^\rho e^{-\gamma\sqrt{\tau^2+\xi_\rho^2+g^2}}
 \end{aligned}$$

更に、以上の関数に含まれる各定数は、以下のように定義される。

$$\begin{aligned}
 C_1 &= M_\beta P_\alpha, C_2 = N_\beta Q_\alpha, C_3 = N_\beta P_\alpha, C_4 = M_\beta Q_\alpha, \\
 \tau_1 &= D_1 + \eta_\alpha, \tau_2 = D_1 + \omega_\alpha, \xi_1 = D_2 + x_\beta, \xi_2 = D_2 + y_\beta, \\
 m &= 2/i, n = 2/j, t_1 = 0, t_2 = h_e, z_1 = D_3 + 0, z_2 = D_3 + h_s, \\
 \tau_1 &= D_1 + \eta_\alpha, \tau_2 = D_1 + \omega_\alpha, \xi_1 = D_2 + x_\beta, \xi_2 = D_2 + y_\beta, \\
 v_1 &= t_1 - z_\theta, v_2 = t_2 - z_\theta, g = z_i - t_j \\
 B_0 &= 1/(16a_e b_e a_s b_s), B_1 = (-1)^{i+j} \eta/4\pi\gamma, \\
 B_2 &= -(-1)^{i+j} \eta/[8\pi \sinh(\gamma d_1) \sinh(\gamma d_2)], \\
 P_1 &= 1, P_2 = 0, P_3 = -1, Q_1 = -D_1 + a_e + a_s, \\
 Q_2 &= 2a_s(a_e \geq a_s), Q_2 = 2a_e(a_e < a_s), \\
 Q_3 &= D_1 + a_e + a_s, M_1 = 1, M_2 = 0, M_3 = -1, \\
 N_1 &= -D_2 + b_e + b_s, N_2 = 2b_s(b_e \geq b_s), \\
 N_2 &= 2b_e(b_e < b_s), N_3 = D_2 + b_e + b_s, \\
 \eta_1 &= -(a_e + a_s), \eta_2 = -|a_e - a_s|, \eta_3 = -\eta_2, \\
 \omega_1 &= \eta_2, \omega_2 = \eta_3, \omega_3 = -\eta_1, \\
 x_1 &= -(b_e + b_s), x_2 = -|b_e - b_s|, x_3 = -x_2, \\
 y_1 &= x_2, y_2 = x_3, y_3 = -x_1.
 \end{aligned}$$

2. 単積分表示式 (25) の関数の定義

垂直に配置される二つの直方体モノポールセグメント間の自己・相互インピーダンスの単積分表示式 (25) には、 I_i, G, F_j , ($i = 1 \sim 3, j = 1 \sim 2$) は含まれている。ここでは、これらの関数を定義する。

$$\begin{aligned}
 I_1(x_1, x_2, y_1, y_2, a) &= -\frac{1}{\gamma^2} \sum_{\theta=1}^2 \sum_{\varphi=1}^2 (-1)^{\theta+\varphi} \operatorname{sgn}(x_\theta) \operatorname{sgn}(y_\varphi) \\
 &\cdot \left(-\frac{\pi}{2}\right) \left[1 + \gamma\sqrt{a^2}\right] e^{-\gamma\sqrt{a^2}} - \frac{1}{\gamma^2} \sum_{\theta=1}^2 (-1)^\theta x_\theta \\
 &\int_{y_1}^{y_2} \frac{1}{y^2 + x_\theta^2} \left[1 + \gamma\sqrt{x_\theta^2 + y^2 + a^2}\right] e^{-\gamma\sqrt{x_\theta^2 + y^2 + a^2}} dy \\
 &- \frac{1}{\gamma^2} \sum_{\varphi=1}^2 (-1)^\varphi y_\varphi \\
 &\cdot \int_{x_1}^{x_2} \frac{1}{x^2 + y_\varphi^2} \left[1 + \gamma\sqrt{y_\varphi^2 + x^2 + a^2}\right] e^{-\gamma\sqrt{y_\varphi^2 + x^2 + a^2}} dx \\
 I_2(x_1, x_2, y_1, y_2, z_1, z_2) &= \frac{1}{\gamma^2} \sum_{\theta=1}^2 \sum_{\varphi=1}^2 (-1)^{\varphi+\theta}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & \cdot \left[\int_{x_1}^{x_2} \left(\frac{y_\theta z_\varphi}{z_\varphi^2 + x^2} \frac{e^{-\gamma \sqrt{y_\theta^2 + z_\varphi^2 + x^2}}}{\sqrt{y_\theta^2 + z_\varphi^2 + x^2}} \right. \right. \\
 & \left. \left. + \frac{z_\theta y_\varphi}{y_\varphi^2 + x^2} \frac{e^{-\gamma \sqrt{z_\theta^2 + y_\varphi^2 + x^2}}}{\sqrt{z_\theta^2 + y_\varphi^2 + x^2}} \right) dx \right] \\
 & + \frac{1}{\gamma^2} \sum_{\theta=1}^2 \sum_{\varphi=1}^2 (-1)^{\varphi+\theta} \\
 & \cdot \left[\int_{y_1}^{y_2} \left(\frac{x_\theta z_\varphi}{z_\varphi^2 + y^2} \frac{e^{-\gamma \sqrt{x_\theta^2 + z_\varphi^2 + y^2}}}{\sqrt{x_\theta^2 + z_\varphi^2 + y^2}} \right. \right. \\
 & \left. \left. + \frac{x_\varphi z_\theta}{x_\varphi^2 + y^2} \frac{e^{-\gamma \sqrt{z_\theta^2 + x_\varphi^2 + y^2}}}{\sqrt{z_\theta^2 + x_\varphi^2 + y^2}} \right) dy \right] \\
 & + \frac{1}{\gamma^2} \sum_{\theta=1}^2 \sum_{\varphi=1}^2 (-1)^{\varphi+\theta} \\
 & \cdot \left[\int_{z_1}^{z_2} \left(\frac{x_\theta y_\varphi}{y_\varphi^2 + z^2} \frac{e^{-\gamma \sqrt{x_\theta^2 + y_\varphi^2 + z^2}}}{\sqrt{x_\theta^2 + y_\varphi^2 + z^2}} \right. \right. \\
 & \left. \left. + \frac{x_\varphi y_\theta}{x_\varphi^2 + z^2} \frac{e^{-\gamma \sqrt{y_\theta^2 + x_\varphi^2 + z^2}}}{\sqrt{y_\theta^2 + x_\varphi^2 + z^2}} \right) dz \right] \\
 & + \frac{1}{\gamma^2} \left(-\frac{\pi}{2} \right) \sum_{\theta=1}^2 \sum_{\mu=1}^2 \sum_{\varphi=1}^2 (-1)^{\theta+\mu+\varphi} \\
 & \cdot \operatorname{sgn}(x_\theta) \operatorname{sgn}(y_\mu) \operatorname{sgn}(z_\varphi) \\
 & \cdot \left(e^{-\gamma \sqrt{x_\theta^2}} + e^{-\gamma \sqrt{y_\mu^2}} + e^{-\gamma \sqrt{z_\varphi^2}} - 1 \right) \\
 & I_3(x_1, x_2, y_1, y_2, \xi_1, \xi_2, z_1, z_2, a, b, s_x, s_y) \\
 & = \int_{\xi_1}^{\xi_2} [F_1(\xi) + F_2(\xi)] d\xi \\
 & + \frac{1}{\gamma^2} \sum_{s_d=-1,1}^2 \sum_{\delta=1}^2 \sum_{\theta=1}^2 \sum_{\mu=1}^2 (-1)^{\delta+\mu+\theta} \exp[\gamma(-s_x x_\delta - s_y y_\mu)] \\
 & \cdot [(A+B\xi_\theta) e^{j\gamma s_d s_y s_x \xi_\theta} - A] G \left\{ \gamma \left[\sqrt{\xi_\theta^2 + x_\delta^2 + (z - y_\mu)^2} \right. \right. \\
 & \left. \left. + s_y(z - y_\mu) - s_x x_\delta + j s_d s_y s_x \xi_\theta \right] \right\} \\
 & - \frac{1}{\gamma^2} \sum_{\delta=1}^2 \sum_{\varphi=1}^2 \sum_{\theta=1}^2 (-1)^{\delta+\varphi+\theta} \left(a\xi_\theta + \frac{b\xi_\theta^2}{2} \right) \left\{ e^{-\gamma(s_x x_\delta + s_y y_\varphi)} \right. \\
 & \cdot E \left[\gamma \left(\sqrt{\xi_\theta^2 + (x_\delta)^2 + (z_\varphi - y_\theta)^2} + s_x(-x_\delta) \right) \right] + e^{-\gamma s_y y_\delta} \\
 & \cdot E \left[\gamma \left(\sqrt{\xi_\theta^2 + x^2 + (z_\varphi - y_\delta)^2} + s_y(z_\varphi - y_\delta) \right) \right] \left. \right\} - \frac{s_x s_y}{\gamma} \\
 & \cdot \sum_{\varphi=1}^2 (-1)^\varphi e^{-\gamma s_y z_\varphi} a I_2(x_1, x_2, y_1 - z_\varphi, y_2 - z_\varphi, \xi_1, \xi_2) + \frac{s_x s_y}{\gamma^2}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & \cdot \sum_{\varphi=1}^2 \sum_{\theta=1}^2 (-1)^{\theta+\varphi} e^{-\gamma s_y z_\varphi} b I_1(x_1, x_2, y_1 - z_\varphi, y_2 - z_\varphi, \xi_\theta) \\
 G(\xi) &= \int_{K_1}^{K_2} \frac{e^{-w}}{w} dw \\
 K_1 &= \gamma \left(\sqrt{\xi^2 + (x_\theta)^2 + (z - y_\varphi)^2} \right. \\
 & \left. + s_y(z_1 - y_\varphi) + s_x(-x_\theta) + j s_d s_y s_x \xi \right) \\
 K_2 &= \gamma \left(\sqrt{\xi^2 + (x_\theta)^2 + (z - y_\varphi)^2} \right. \\
 & \left. + s_y(z_2 - y_\varphi) + s_x(-x_\theta) + j s_d s_y s_x \xi \right) \\
 F_1(\xi) &= \frac{-1}{\gamma^2} \sum_{s_d=-1,1}^2 \sum_{\theta=1}^2 \sum_{\varphi=1}^2 \sum_{\delta=1}^2 (-1)^{\theta+\varphi+\delta} \frac{H_1}{H_2} \\
 & \cdot \left(\frac{\xi}{\sqrt{\xi^2 + (x_\theta)^2 + (z_\delta - y_\varphi)^2}} + j s_d s_y s_x \right) \\
 H_1 &= [(A + B\xi) e^{j\gamma s_d s_y s_x \xi} - A] \\
 & \cdot e^{-\gamma \left[\sqrt{\xi^2 + (x_\theta)^2 + (z_\delta - y_\varphi)^2} + s_y z_\delta + j s_d s_y s_x \xi \right]} \\
 H_2 &= \sqrt{\xi^2 + (x_\theta)^2 + (z_\delta - y_\varphi)^2} \\
 & + s_y(z_\delta - y_\varphi) + s_x(-x_\theta) + j s_d s_y s_x \xi \\
 F_2(\xi) &= \frac{1}{\gamma^2} \sum_{\theta=1}^2 \sum_{\varphi=1}^2 \sum_{\delta=1}^2 (-1)^{\theta+\varphi+\delta} \\
 & \cdot \left[\frac{1}{\sqrt{\xi^2 + (x_\theta)^2 + (z_\delta - y_\varphi)^2} + s_x(-x_\theta)} \right. \\
 & \left. + \frac{1}{\sqrt{\xi^2 + x_\theta^2 + (z_\delta - y_\varphi)^2} + s_y(z_\delta - y_\varphi)} \right] \\
 & \cdot \frac{\left(a\xi + \frac{b\xi^2}{2} \right) \xi e^{-\gamma \left[\sqrt{\xi^2 + x_\theta^2 + (z_\delta - y_\varphi)^2} + s_y z_\delta \right]}}{\sqrt{\xi^2 + (x_\theta)^2 + (z_\delta - y_\varphi)^2}} \\
 A &= \frac{a}{\gamma j s_d s_y s_x} + \frac{b}{\gamma^2}; B = \frac{b}{\gamma j s_d s_y s_x}
 \end{aligned}$$

更に、以上の関数に含まれる各定数は、以下のよう
に定義される。

$$\begin{aligned}
 x_1 &= D_3 - (l-1)h_e, x_2 = D_3 + h_s - (l-1)h_e, \\
 y_1 &= -a_e - D_1, y_2 = a_e - D_1, z_1 = -a_s, z_2 = a_s, \\
 u_1 &= -D_3 + (i-1)h_e, u_2 = -(D_3 + h_s) + (i-1)h_e, \\
 v_1 &= D_1 + (-1)^j a_s + a_e, v_2 = D_1 + (-1)^j a_s - a_e, \\
 \xi_2 &= D_2 + \omega_\alpha, \xi_1 = D_2 + \eta_\alpha, \\
 P_1 &= 1, P_2 = 0, P_3 = -1, \\
 Q_1 &= -D_2 + b_e + b_s, Q_2 = 2b_s (b_e \geq b_s),
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 Q_2 &= 2b_e(b_e < b_s), Q_3 = D_2 + b_e + b_s, \\
 \eta_1 &= -(b_e + b_s), \eta_2 = -|b_e - b_s|, \eta_3 = -\eta_2, \\
 \omega_1 &= \eta_2, \omega_2 = \eta_3, \omega_3 = -\eta_1, \\
 m &= 2/i, n = 2/j, B_0 = 1/(8a_e b_e b_s h_s), \\
 B_1 &= (-1)^{i+j} \sqrt{\pi \varepsilon} / 4\pi \varepsilon, \\
 B_2 &= 1/[4 \sinh(\gamma d_1) \sinh(\gamma d_2)], \\
 B_3 &= \exp \left\{ \gamma [s_t (-1)^n a_s + s_z (m - l) h_e] \right\}
 \end{aligned}$$

3. 平行直方体モノポールセグメント間の相互インピーダンスを単積分化する定式化

ここで、平行直方体モノポールセグメント間の相互インピーダンスを単積分化する定式化を簡単に示す。

式 (20) には、五重積分が含まれる二つの式 I と Q が存在する。

$$I = \int_{-b_s}^{b_s} \int_{-a_s}^{a_s} \int_{-b_e}^{b_e} \int_{-a_e}^{a_e} E(R_l - s_t t + s_z z_l) de_1 de_2 ds_1 ds_2 \quad (\text{A}\cdot 1)$$

$$Q = \int_{-b_s}^{b_s} \int_{-a_s}^{a_s} \int_{-b_e}^{b_e} \int_{-a_e}^{a_e} \frac{e^{-\gamma R_{ij}}}{R_{ij}} de_1 de_2 ds_1 ds_2 \quad (\text{A}\cdot 2)$$

ここで、

$$R_l = \left[(D_1 + s_1 - e_1)^2 + (D_2 + s_2 - e_2)^2 + (t - z_l)^2 \right]^{1/2} \quad (\text{A}\cdot 3)$$

また、 l は 1 か 2 の値をとり、 s_t と s_z は -1 か 1 の値をとる。更に、

$$R_{ij} = \left[(D_1 + s_1 - e_1)^2 + (D_2 + s_2 - e_2)^2 + (t_j - z_i)^2 \right]^{1/2} \quad (\text{A}\cdot 4)$$

以下には、式 (A.1) に示す五重積分を含む式 I の単積分化手法を述べる。

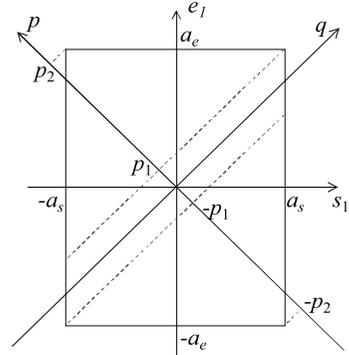
まず変数変換

$$f(s_1 - e_1, s_2 - e_2) = E(R_l - s_t t + s_z z_l) \quad (\text{A}\cdot 5)$$

を行うと、式 I が

$$I = \int_{-b_s}^{b_s} \int_{-b_e}^{b_e} \int_{-a_s}^{a_s} \int_{-a_e}^{a_e} f(s_1 - e_1, s_2 - e_2) de_1 ds_1 de_2 ds_2 \quad (\text{A}\cdot 6)$$

で表される。



$$\begin{aligned}
 p_1 &= k_0 |a_s - a_e| \\
 p_2 &= k_0 (a_s + a_e)
 \end{aligned}$$

図 A.1 座標変換

Fig. A.1 Coordination transformation.

次に、積分変数の座標系の対称性を利用して、変数を座標変換することにより、五重積分を三重積分に変換する。図 A.1 に示す e_1 - s_1 座標系で、以下の座標変換

$$\begin{aligned}
 p &= k_0 (s_1 - e_1) \\
 q &= k_0 (s_1 + e_1)
 \end{aligned} \quad (\text{A}\cdot 7)$$

により、 e_1 - s_1 座標系での二重積分を p - q 座標系での単積分の和で表すことができる。

$$\begin{aligned}
 & \int_{-a_e}^{a_e} \int_{a_s}^{a_s} f(s_1 - e_1) ds_1 de_1 \\
 &= \frac{1}{2k_0} \left\{ \int_{-p_2}^{-p_1} (2k_0 a_e + 2k_0 a_s + 2p) f(p) dp \right. \\
 & \quad \left. + \int_{-p_1}^{p_1} 4k_0 a_s f(p) dp + \int_{p_1}^{p_2} (2k_0 a_e + 2k_0 a_s - 2p) f(p) dp \right\} \quad (\text{A}\cdot 8)
 \end{aligned}$$

このように、 I は以下のような九つの三重積分の式で表すことができる。

$$\begin{aligned}
 I &= \frac{1}{2k_0} \left\{ \int_{-p_2}^{-p_1} (2k_0 a_t + 2k_0 a_e + 2p) \right. \\
 & \quad \left. \int_{-u_2}^{-u_1} (2k_0 b_t + 2k_0 b_e + 2u) f(p, u) du \right.
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & \left. \begin{aligned}
 & + \int_{-u_1}^{u_1} 4k_0 b_e f(p, u) du + \int_{u_1}^{u_2} (2k_0 b_t + 2k_0 b_e - 2u) f(p, u) du \Big] dp \\
 & + \int_{-p_1}^{p_1} 4k_0 a_e \left[\int_{-u_2}^{-u_1} (2k_0 b_t + 2k_0 b_e + 2u) f(p, u) du \right. \\
 & + \int_{-u_1}^{u_1} 4k_0 b_e f(p, u) du + \int_{u_1}^{u_2} (2k_0 b_t + 2k_0 b_e - 2u) f(p, u) du \Big] dp \\
 & + \int_{p_1}^{p_2} (2k_0 a_t + 2k_0 a_e - 2p) \left[\int_{-u_2}^{-u_1} (2k_0 b_t + 2k_0 b_e + 2u) f(p, u) du \right. \\
 & \left. + \int_{-u_1}^{u_1} 4k_0 b_e f(p, u) du + \int_{u_1}^{u_2} (2k_0 b_t + 2k_0 b_e - 2u) f(p, u) du \right] dp \Big\}
 \end{aligned} \right. \quad (A.9)
 \end{aligned}$$

上の式には、構造的には、以下の3種類の三重積分の式から構成されている。

$$\begin{aligned}
 I_1 &= \int_{\xi_1}^{\xi_2} \int_{\tau_1}^{\tau_2} \xi \tau E \left\{ \sqrt{\tau^2 + \xi^2 + v^2} - v \right\} d\tau d\xi \\
 I_2 &= \int_{\xi_1}^{\xi_2} \int_{\tau_1}^{\tau_2} E \left\{ \sqrt{\tau^2 + \xi^2 + v^2} - v \right\} d\tau d\xi \quad (A.10) \\
 I_3 &= \int_{\xi_1}^{\xi_2} \int_{\tau_1}^{\tau_2} \tau E \left\{ \sqrt{\tau^2 + \xi^2 + v^2} - v \right\} d\tau d\xi
 \end{aligned}$$

例として、 I_1 を考えよう。 I_1 の積分変数 τ に対して部分積分を行うと、以下の式が得られる。

$$\begin{aligned}
 I_1 &= \int_{\xi_1}^{\xi_2} \int_{\tau_1}^{\tau_2} \tau E \left\{ \sqrt{\tau^2 + \xi^2 + v^2} - v \right\} d\tau d\xi \\
 &= \int_{\xi_1}^{\xi_2} \frac{\tau^2}{2} E \left\{ \sqrt{\tau^2 + \xi^2 + v^2} - v \right\} \xi d\xi \\
 &- \int_{\xi_1}^{\xi_2} \frac{\tau^2}{2} E \left\{ \sqrt{\tau^2 + \xi^2 + v^2} - v \right\} \xi d\xi \\
 &- \left(\int_{\xi_1}^{\xi_2} \int_{\tau_1}^{\tau_2} \frac{\tau^2}{2} e^{-j(\sqrt{\tau^2 + \xi^2 + v_2^2} - v_2)} \frac{\tau}{\sqrt{\tau^2 + \xi^2 + v_2^2}} \xi d\tau d\xi \right)
 \end{aligned}$$

$$\left. \begin{aligned}
 & - \int_{\xi_1}^{\xi_2} \int_{\tau_1}^{\tau_2} \frac{\tau^2}{2} e^{-j(\sqrt{\tau^2 + \xi^2 + v_1^2} - v_1)} \frac{\tau}{\sqrt{\tau^2 + \xi^2 + v_1^2}} \xi d\tau d\xi \right) \quad (A.11)
 \end{aligned}$$

一方、 I_1 の積分変数 ξ に対して部分積分を行うと、以下の式が得られる。

$$\begin{aligned}
 I_1 &= \int_{\tau_1}^{\tau_2} \int_{\xi_1}^{\xi_2} \xi E \left\{ \sqrt{\tau^2 + \xi^2 + v^2} - v \right\} d\xi d\tau \\
 &= \int_{\tau_1}^{\tau_2} \frac{\xi^2}{2} E \left\{ \sqrt{\tau^2 + \xi^2 + v^2} - v \right\} \tau d\tau \\
 &- \int_{\tau_1}^{\tau_2} \frac{\xi^2}{2} E \left\{ \sqrt{\tau^2 + \xi^2 + v^2} - v \right\} \tau d\tau \\
 &- \left(\int_{\xi_1}^{\xi_2} \int_{\tau_1}^{\tau_2} \frac{\xi^2}{2} e^{-j(\sqrt{\tau^2 + \xi^2 + v_2^2} - v_2)} \frac{\xi}{\sqrt{\tau^2 + \xi^2 + v_2^2}} \tau d\tau d\xi \right. \\
 &\left. - \int_{\xi_1}^{\xi_2} \int_{\tau_1}^{\tau_2} \frac{\xi^2}{2} e^{-j(\sqrt{\tau^2 + \xi^2 + v_1^2} - v_1)} \frac{\xi}{\sqrt{\tau^2 + \xi^2 + v_1^2}} \tau d\tau d\xi \right) \quad (A.12)
 \end{aligned}$$

式(A.11)と(A.12)の右側の和をとって、2で割って、更に部分積分を実施すると、

$$I_1 = \frac{1}{2}(I_{11} + I_{12} - I_{13}) \quad (A.13)$$

が得られる。ここで、 I_{11} 、 I_{12} と I_{13} は単積分式であり、以下のように表される。

$$\begin{aligned}
 I_{11} &= \sum_{m=1}^2 \sum_{n=1}^2 (-1)^{m+n} \left[\frac{\tau_n^2}{2} \frac{\xi_m^2}{2} E \left\{ \sqrt{\tau_n^2 + \xi_m^2 + v^2} - v \right\} \right. \\
 &\left. - \frac{\tau_n^2}{2} \int_{\xi_1}^{\xi_2} \frac{\xi^2}{2} e^{-j(\sqrt{\tau_n^2 + \xi^2 + v_m^2} - v_m)} \frac{\xi}{\sqrt{\tau_n^2 + \xi^2 + v_m^2}} d\xi \right] \\
 I_{12} &= \sum_{m=1}^2 \sum_{n=1}^2 (-1)^{m+n} \left[\frac{\xi_n^2}{2} \frac{\tau_m^2}{2} E \left\{ \sqrt{\xi_n^2 + \tau_m^2 + v^2} - v \right\} \right. \\
 &\left. - \frac{\xi_n^2}{2} \int_{\tau_1}^{\tau_2} \frac{\tau^2}{2} e^{-j(\sqrt{\xi_n^2 + \tau^2 + v_m^2} - v_m)} \frac{\tau}{\sqrt{\xi_n^2 + \tau^2 + v_m^2}} d\tau \right]
 \end{aligned}$$

$$I_{13} = \frac{1}{2} \sum_{m=1}^2 \sum_{n=1}^2 \sum_{q=1}^2 (-1)^{m+n+q} \left[3 + v_q j - (\tau_n^2 + \xi_m^2 + v_q^2) \right. \\ \left. + (3 + v_q) j \sqrt{\tau_n^2 + \xi_m^2 + v_q^2} \right] e^{-j \left(\sqrt{\tau_n^2 + \xi_m^2 + v_q^2} - v_q \right)}$$

I_1 と同様に, I_2 と I_3 の単積分化もできるが, そのプロセスは省略する.

(平成 20 年 1 月 25 日受付, 5 月 2 日再受付)



陳 強 (正員)

昭 63 西安電子科技大卒. 平 6 東北大大学院博士課程了. 現在, 同大学院工学研究科電気・通信工学専攻准教授. 移動通信用アンテナ, アレーアンテナ, 電磁界の数値解析の研究に従事. 平 5 本会学術奨励賞受賞. 平 8 と平 18 本会通信ソサイエティ活動功労賞. 平 16 同ソサイエティ論文誌賞受賞.



ザイ フィチン

平 12 西安電子科技大卒. 平 16 同大博士課程了. 平 18 年 4 月から 20 年 3 月まで日本学術振興会外国人特別研究員. 移動通信用アンテナ, 電磁界の数値解析の研究に従事. 現在, 西安電子科技大学講師.



袁 巧微 (正員)

昭 63 西安電子科技大卒. 平 18 同大博士課程了. 移動通信用アンテナ, 電磁界の数値解析の研究に従事. 現在, 東北大学大学院工学研究科電気・通信工学専攻研究員.



澤谷 邦男 (正員:フェロー)

昭 46 東北大・工・通信卒. 昭 51 同大大学院博士課程了. 現在, 同大学院工学研究科電気・通信工学専攻教授. プラズマ中のアンテナ, 移動通信用アンテナ, 電磁波の散乱・回折, アレーアンテナの研究に従事. 工博. IEEE シニアメンバ, 映像情報メディア学会会員. 昭 56 本会学術奨励賞, 昭 63 本会論文賞, 平 18 本会通信ソサイエティ論文賞各受賞.