

CG 法によるモーメント法解析におけるブロック対角化前処理の効果

Effect of Block Diagonal Preconditioning in MoM Analysis Using CG Method

今野 佳祐 陳 強 澤谷 邦男
Keisuke Konno Qiang Chen Kunio Sawaya

東北大学大学院工学研究科 電気通信工学専攻
Department of Electrical Communications Engineering, Graduate School of Engineering, Tohoku University

1 はじめに

共役勾配 (Conjugate Gradient, CG) 法を用いて行列方程式を解く場合の反復処理に要する計算時間は、係数行列が密であれば長くなることが知られている。モーメント法におけるインピーダンス行列 \mathbf{Z} は一般に密な行列であるため、前処理 (Preconditioning)[1] を用いた疎行列への変換がしばしば用いられる。そこで本報告では、ブロック対角化前処理 (Block Diagonal Preconditioning, BDP) 付き CG 法 (BDP-CG 法)[2] における前処理の効果を検討したので報告する。

2 BDP-CG 法

BDP-CG 法では、前処理行列の選択によって解を得るために要する計算時間が異なる。CG 法を用いた MoM では $\mathbf{V} = \mathbf{Z}\mathbf{I}$ を $\mathbf{Z}^\dagger\mathbf{V} = \mathbf{Z}^\dagger\mathbf{Z}\mathbf{I}$ と変形して解く方法がある。その手法では、実際の係数行列は \mathbf{Z} ではなく $\mathbf{Z}^\dagger\mathbf{Z}$ である。ここで、 \dagger は行列の共役転置を示す。本報告では前処理行列として $\mathbf{Z}^\dagger\mathbf{Z}$ の $K \times K$ ブロック対角行列の逆行列を用い、前処理の効果を検討した。

3 数値解析結果

長さ $l \gg \lambda$ 、半径 a のダイポールアンテナを総セグメント数 N に分割して CG 法と BDP-CG 法で解析した。なお、BDP-CG 法における前処理行列 \mathbf{B} の大きさは $K = 5$ とした。反復処理 1 回当たりに要した計算時間を図 1 に示す。BDP-CG 法の計算時間は、CG 法と比較しておよそ 40% 程度に低減されたことがわかる。これは、ブロック対角化前処理によって \mathbf{Z} が疎になり、反復処理における乗算の計算時間が削減されたためであると考えられる。

図 2, 3 に、解が収束するまでに要した反復回数及び総計算時間をそれぞれ示す。図 2 から、BDP-CG 法によって解を得るために必要な反復回数は CG 法と比較して若干増えたことがわかる。しかしながら、計算に要する時間は BDP-CG 法が CG 法と比較して小さいことが図 3 からわかる。

4 まとめ

ブロック対角行列を用いた前処理を CG 法と組み合わせる (BDP-CG 法) ことにより、CG 法の反復処理 1 回当たりの計算時間を削減できることを示した。今後は他の解析モデルに BDP-CG 法を適用し、その有効性を確かめると共に、ブロック対角化以外の前処理を適用した結果との効果の違いを検討する必要がある。

参考文献

- [1] J.A. Meijerink and H.A. van der Vorst, "An iterative solution method for linear systems of which the coefficient matrix is a symmetric M-matrix," Mathematics of computation, vol.31, pp.148-162, Jan. 1977.
- [2] W.C. Gibson, The Method of Moments in Electromagnetics, Florida, Chapman Hall/CRC, 2008.

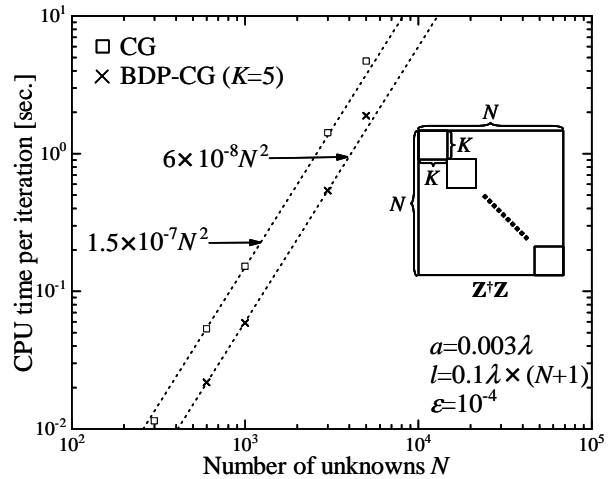


図 1 反復 1 回当たりの計算時間。

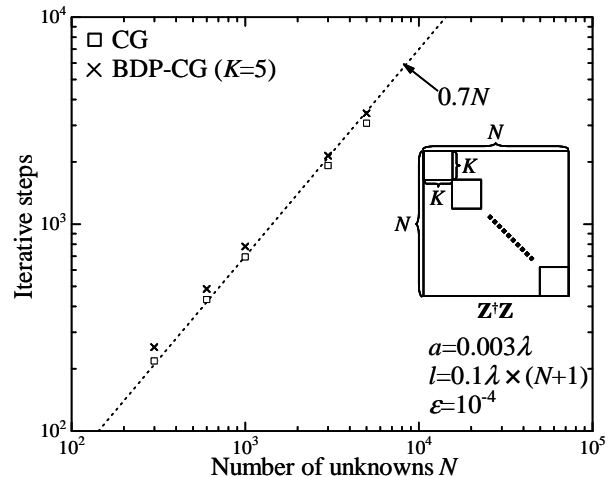


図 2 反復回数。

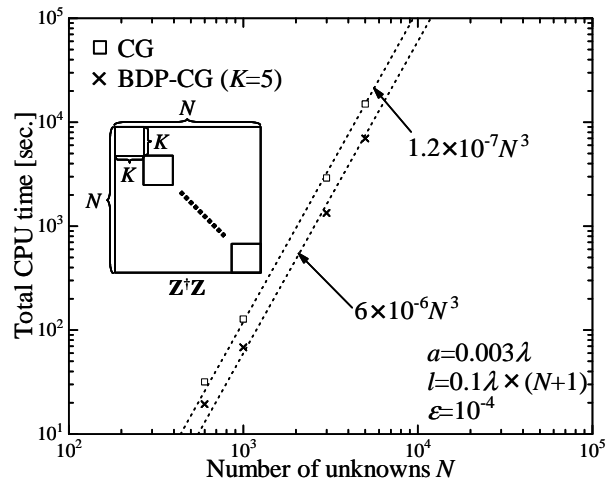


図 3 総計算時間。